

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CÁLCULO DE PERDA DE VIDA EM EIXOS DE
TURBOALTERNADORES UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO MODAL

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

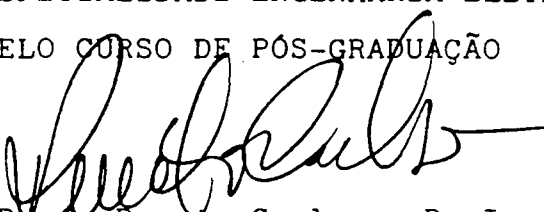
GONZALO HUMERES FLORES

FLORIANÓPOLIS, ABRIL-1988

CÁLCULO DE PERDA DE VIDA EM EIXOS DE TURBOALTERNADORES
UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO MODAL


Gonzalo Humeres Flores

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM ENGENHARIA. ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO



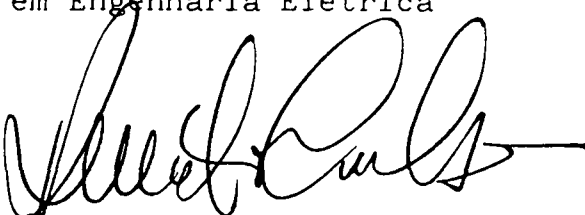
Prof. Renato Carlson, Dr.Ing.

ORIENTADOR

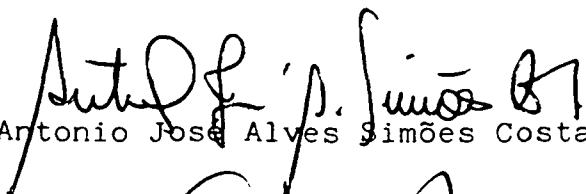


Prof. Márcio Cherem Schneider, D.Sc.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA:



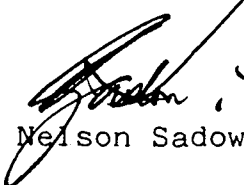
Prof. Renato Carlson, Dr.Ing.



Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.



Prof. C. Celso de Brasil Camargo, M.Sc.



Prof. Nelson Sadowski, M.Eng.

À minha esposa Lucinha

A meus pais Ivy e Eduardo

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Renato Carlson por ter proposto a realização deste trabalho, e por ter aceitado em ser o orientador do mesmo.

Ao Professor Nelson Sadowski pela sua amizade, incentivo e grande contribuição na elaboração deste trabalho.

Ao Professor Antônio José Alves Simões Costa pelas suas valiosas sugestões para o aprimoramento deste trabalho.

Ao Bel. Irineu Weihermann pelo apoio na parte computacional.

Ao Engenheiro Victor Hugo Pavez Hermosilla pelo incentivo e ter me dado a chance de finalizar este trabalho.

O meu carinho à minha esposa Lucinha, a quem dedico de modo especial este trabalho, agradeço a compreensão e a confiança com que me acompanhou durante toda a elaboração deste trabalho.

Aos meus pais, Ivy e Eduardo pelo apoio, incentivo e confiança que depositaram em mim, para poder chegar ao fim deste trabalho.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

À Rita pela colaboração na datilografia.

S U M Á R I O

RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	x
 CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	 1
CAPÍTULO II - DISTÚRBIOS CAUSADORES DE TORQUES NOS EIXOS DE TURBOGERADORES E SISTEMA VIBRANTE TORCIONAL NO EIXO	 4
2.1 - Introdução	4
2.2 - A Filosofia do Religamento Automático	6
2.3 - Curtos-Circuitos, Sincronização Desfavorável e Abertura de Curtos-Circuitos	8
2.3.1 - Curtos-Circuitos Trifásicos nos Terminais do Gerador	8
2.3.2 - Sincronização Desfavorável	8
2.3.3 - Aberturas da Rede Devido a Curtos-Circuitos ...	9
2.4 - Religamento Automático com Sucesso	9
2.5 - O Sistema Vibratório Torcional do Eixo	10
2.6 - Frequências Naturais Torcionais e Formas de Modo	14
2.7 - Amortecimento e Fator de Decremento	15
2.8 - Medida do Amortecimento Modal	17
2.9 - Conclusão	20
 CAPÍTULO III - MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO E MECÂNICO	 21
3.1 - Introdução	21
3.2 1- Sistema Elétrico	21
3.3 - Sistema Mecânico.....	21
3.3.1 - Modelagem do Sistema Mecânico do Eixo	21
3.4 - A Equação de Oscilação	23

3.5	- Torque Mecânico no Eixo	25
3.6	- Sistema Modal	26
3.7	- Normalização do Sistema Mecânico	30
3.7.1	- Relação entre o Momento de Inércia J e a Constante de Inércia H	30
3.8	- Normalização das Grandezas	33
3.10.1	- Momento de Inércia (J)	33
3.10.2	- Constante de Inércia (M)	33
3.9	- Conclusão	34

CAPÍTULO IV - MODELAGEM PARA A DETERMINAÇÃO DE PERDA DE VIDA DOS EIXOS DE TURBOALTERNADORES POR FADIGA 35

4.1	- Introdução	35
4.2	- O Fenômeno da Fadiga	35
4.3	- Limite de Tolerância à Fadiga	37
4.4	- Cálculo do Dano Acumulado	38
4.5	- Fatores de Redução da Resistência à Fadiga	39
4.6	- Classificação dos Tipos de Efeitos a serem Considerados	39
4.7	- Técnica de Contagem de Ciclos	42
4.7.1	- O Método "Rain-Flow"	42
4.8	- A Análise da Fadiga Baseada em Deformações	43
4.9	- Propriedades Cíclicas de Tensão-Deformação	43
4.10	- Deformação Total	45
4.11	- Conclusão	46

CAPÍTULO V - COMPARAÇÃO ENTRE O SISTEMA MODAL E SISTEMA FÍSICO 48

5.1	- Introdução	48
5.2	- O Sistema Elétrico para a Simulação	48
5.3	- Dados de Entrada.....	49
5.4	- Sistema de Transmissão	52
5.5	- Normalização da Constante Elástica	52

5.6	- Obtenção da Matriz [Q]	53
5.7	- Obtenção das Frequências Modais	55
5.8	- Cálculo da Matriz [Hm]	56
5.9	- Cálculo da Matriz [Km]	57
5.10	- Cálculo da Matriz [Dm]	58
5.10.1	- Cálculo da Matriz [D]	59
5.11	- Resultados Obtidos.....	60
5.12	- Curvas Obtidas	65
5.13	- Conclusão	77

CAPÍTULO VI - EXTRAPOLAÇÃO DAS CURVAS DE TORQUE NOS EIXOS DE TURBOALTERNADORES		78
6.1	- Introdução	78
6.2	- Extrapolação das Curvas de Torque.....	78
6.3	- Resultados Obtidas com o Sistema Modal Extrapolado.....	82
6.4	- Curvas Obtidas com o Sistema Modal Extrapolado.....	86
6.5	- Conclusão.....	92

CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS		93
7.1	- Conclusões Finais	93
7.2	- Sugestões para Futuros Trabalhos	94

APÊNDICE I - DIAGONALIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DO SISTEMA MECÂNICO CONSTITUÍDO POR VÁRIOS CORPOS GIRANTES SOBRE UM MESMO EIXO		96
---	--	----

BIBLIOGRAFIA	101
--------------------	-----

R E S U M O

Neste trabalho propõe-se um método modal para calcular os esforços torcionais no eixo de turboalternadores devido a oscilações mecânicas e prever o dano que provoca na vida útil do mesmo.

Prova-se que os tempos de chaveamentos depois de uma falta podem provocar torques mecânicos muito maiores que os provocados por um curto-circuito trifásico nos terminais da máquina.

O gerador é representado pelo seu modelo completo, usando a transformação de Park.

Este trabalho propõe a representação do sistema mecânico na base dos auto-vetores de sistema massa-mola, isto é, uma formulação **modal**. Isto permitirá a utilização de valores de amortecimento que podem ser medidos em testes (amortecimentos modais). A abordagem também desacopla as equações do sistema.

É feita, também, uma extrapolação das curvas dos ângulos modais com as quais podem ser calculados os torques mecânicos nas secções do eixo do turbogerador. Esta extrapolação baseia-se nos conceitos de frequência modal, decrementos logarítmicos e torque elétrico.

Para quantificar a perda de vida, utiliza-se uma metodologia baseada em deformações que considera a plasticidade através do método "Rain-Flow" para a contagem de ciclos de tensão mecânica.

A B S T R A C T

This work proposes a modal method to compute torsional stresses of turbine-generator shafts due to mechanical oscillations and to predict the resulting effects on its useful life.

This work proves that clearing times of faults within the electrical system are very important due to the fact that they may produce mechanical torques larger than those produced by a three-phase short circuit on the machine terminals.

The generator is represented by the complete model, using Park's transformation.

This work proposes the representation of the mechanical system with respect to a base formed by mass-spring system eigenvectors, i.e., a modal formulation. This will allow the use of damping values that can be measured experimentally (modal dampings) in addition to decoupling the equations.

An extrapolation of mode angle curves is made, so that the mechanical torques of turbine-generator' shafts can be computed. This extrapolation is based on the concepts of mode frequency, decrements factor and electrical torque.

To quantify the shaft loss-of-life, a model is used based on the plastic strains, through the Rain-Flow model for mechanical stress cycle counting.

C A P Í T U L O I

INTRODUÇÃO

Alguns acidentes, que estimularam oscilações torcionais nos eixos de grandes turboalternadores decorrentes de distúrbios no sistema elétrico, tem provocado uma grande preocupação em muitos países. O interesse em estudar este assunto foi motivado pelos grandes prejuízos que provocaram estas oscilações nos eixos das máquinas.

No tocante aos prejuízos nos eixos de turboalternadores, devem ser levados em consideração os tempos de chaveamento, já que se constatou através de diversos estudos realizados, que poucos ciclos de diferença nos tempos de atuação dos disjuntores acarretam sensíveis diferenças nos torques mecânicos no eixo. Estes torques podem ser muito maiores do que aqueles provocados pelo curto circuito em si. Isto provocou a necessidade de estudar os tempos de retirada de faltas e sequência de chaveamento para religamento automático de disjuntores.

A partir destas constatações foram realizadas uma série de trabalhos visando descobrir a origem destes problemas e sua consequente solução.

Na referência [32], faz-se uma revisão bibliográfica e histórica dos acidentes ocorridos no eixo e acoplamentos da máquina devido a excitações torcionais em turboalternadores. Apresenta-se também o fenômeno da ressonância subsíncrona, modelando um sistema eletromecânico para verificar-se a adequação do emprego de capacitores série em sistemas que possuam turboalternadores.

Este trabalho propõe uma metodologia para o cálculo dos torques mecânicos provocados por sequências de religamentos de linhas de transmissão com e sem sucesso depois de um curto-circuito na linha.

Muitos autores propuseram diferentes maneiras de modelar o sistema eletromecânico [1|,|2|,|4|,|6|,|8|,|10|,|22|,|25|,|30|,|32|. Este trabalho propõe resolver o problema de cálculo de perda de vida nos eixos de turboalternadores através de uma formulação modal e faz uma comparação dos resultados obtidos através deste modelo com aqueles obtidos por meio de modelo físico.

Os distúrbios e as operações de chaveamento provocam perda de vida no eixo por fadiga mecânica. É utilizado neste trabalho uma metodologia baseada em deformações para quantificar esta perda de vida. A contagem de ciclos utilizada é a mais conveniente segundo a literatura especializada (método "Rain-Flow") [25|,|29|.

Para o cálculo dos torques mecânicos nas secções do eixo do turboalternador utiliza-se também uma metodologia onde faz-se uma extrapolação das curvas dos ângulos modais usando as frequências modais, o fator de decremento e o torque elétrico.

No Capítulo II, são abordadas as contingências mais frequentes no sistema torcional do eixo, assim como definem-se as frequências naturais, formas de modo e fator de decremento.

No Capítulo III, apresentam-se os modelos elétrico e mecânico. Apresenta-se a equação de oscilação e a forma de calcular os torques mecânicos no eixo do turboalternador.

No Capítulo IV, analisa-se a fadiga baseada em deformações e a técnica para quantificar a perda de vida.

No Capítulo V, compara-se o sistema físico com o sistema modal através de um exemplo completo.

No Capítulo VI, faz-se uma extrapolação das curvas de torque e uma comparação entre o Sistema Modal Extrapolado e os Sistema Físico e o Sistema Modal.

No Capítulo VIII, apresentam-se as conclusões finais e sugestões para futuros trabalhos.

C A P I T U L O I I

DISTÚRBIOS CAUSADORES DE TORQUES NOS EIXOS DE TURBOGERADORES E SISTEMA VIBRATÓRIO TORCIONAL NO EIXO

2.1 INTRODUÇÃO

A análise das oscilações torcionais nos eixos de turboalternadores devidas a distúrbios transitórios no sistema elétrico e a previsão dos seus efeitos na vida útil do eixo tem sido objeto de recentes estudos no mundo inteiro, principalmente nos EUA e em diversos países da Europa.

Este interesse foi provocado principalmente por alguns acidentes que estimularam oscilações torcionais, produzindo como consequência rupturas em eixos de máquinas e nos seus acoplamentos.

Os exemplos mais característicos e conhecidos foram aqueles que aconteceram em Mohave nos EUA e na Alemanha Ocidental. No primeiro, ocorreram duas rupturas de eixo (1970 e 1971). O eixo da máquina foi submetido a esforços cíclicos caracterizando o efeito da fadiga. Estes esforços, provocados por torques oscilatórios, superaram o limite de fadiga do eixo por um tempo suficientemente grande para produzir a ruptura do mesmo. [1], [4], [7], [12].

A partir de 1973, também na Alemanha estudou-se este problema, pois uma sincronização em condições desfavoráveis provocou deformações mecânicas nos acoplamentos de um eixo [1].

A partir de então, houve um grande interesse em se analisar os efeitos de chaveamentos em sistemas elétricos. Em pouco tempo chegou-se à conclusão que os esforços desenvolvidos nos eixos de turboalternadores, devidos a operações de chaveamento, e particularmente decorrentes de religamentos automáticos ultra-rápidos, atingiam níveis muito superiores àqueles oriundos do critério ANSI para curto-circuitos trifásicos nos terminais da máquina. Este critério constituía-se no princípio básico para o projeto das unidades turbogeradoras até então construídas [1].

Qualquer distúrbio no sistema elétrico provoca transitariamente oscilações torcionais nas massas que compõe o eixo de turboalternadores. As amplitudes destas oscilações dependem de diversos fatores tais como: tipo de distúrbio, distância da possível falta ao gerador, tempos de chaveamento, etc. [28].

Historicamente, os turboalternadores eram projetados para suportar os efeitos de um curto-circuito trifásico em seus terminais como era exigido pelas normas respectivas, já que tais faltas são consideradas os distúrbios mais severos no sistema elétrico de potência. Porém reconhece-se que curtos-circuitos trifásicos terminais são ocorrências relativamente raras, e que a máquina não estará sujeita a mais de um, ou no máximo a uns poucos, durante toda a sua vida [14].

A possibilidade de que a eliminação de uma falta trifásica no sistema, próxima da usina, pudesse causar tensões torcionais no eixo de grandes turboalternadores, ainda maiores do que aquelas impostas por curtos-circuitos trifásicos nos terminais do gerador, foi somente uma descoberta recente [6].

5:

Os distúrbios mais importantes causadores de torques nos eixos do gerador e das turbinas são os seguintes: curtos-circuitos

nos terminais da máquina, sincronização desfavorável, abertura de curto-circuito, religamentos automáticos, chaveamentos de linhas de transmissão e rejeição de carga [6], [25].

2.2 A FILOSOFIA DO RELIGAMENTO AUTOMÁTICO

As estatísticas têm confirmado que 80% das faltas nas linhas de transmissão são de natureza temporária. Por isto tem-se tornado comum a prática do religamento automático, para recolocar a linha novamente em funcionamento. Caso a falta persista, o disjuntor abre a linha novamente, e geralmente não há uma segunda tentativa de religamento, mas em alguns poucos casos existe um novo religamento da linha. Existem uma série de práticas de formas de religamento causando diferentes graus de fadiga nos eixos de turboalternadores. Basicamente existem quatro filosofias de religamento, abaixo discriminadas [7], [28]:

1- Irrestrita - refere-se à prática de religamento dos disjuntores dos dois terminais da linha de transmissão simultaneamente, o mais rápido possível, sem considerar o tipo de falta. Religamentos com sucesso não podem ocorrer até que o arco seja extinto. Isto requer mais do que um segundo para linhas que tenham grandes capacitâncias em derivação. Para linhas de transmissão curtas os tempos de religamento estão em torno de 15 ciclos elétricos.

2- Sequencial - refere-se à prática de religamento do disjuntor de um dos terminais da linha de transmissão ("leader"), energizando o outro extremo da linha. Neste extremo, há a monitoração da defasagem angular entre os terminais do disjuntor, do nível de tensão da linha, etc. Se estas grandezas estiverem dentro de certos limites estabelecidos, é enviado um comando para o fechamento do disjuntor deste terminal ("follower"). Este tipo de religamento é particu-

larmente aplicável onde se deseja um pequeno atraso para reduzir o risco da instabilidade transitória, evitando os religamentos sem sucesso, ou seja, religamentos de linha onde a falta ainda permanece, reduzindo a possibilidade de oscilações torcionais críticas. Um tempo de atraso de um a vários segundos é inerente para estes tipo de religamento.

3- Seletiva - o religamento só é tentado quando a falta for de um tipo determinado. Por exemplo, quando o curto-circuito for monofásico ou bifásico. Este tipo de religamento é recomendável para situações em que a tentativa de religamento após um curto-circuito trifásico provocar oscilações torcionais críticas para o eixo do turbogerador.

4- Retardada - refere-se ao religamento automático dos disjuntores das linhas de transmissão em que se utiliza um tempo de atraso, além daquele tempo mínimo requerido para extinguir o arco elétrico e da recuperação dielétrica. O tempo de atraso geralmente utilizado é de dez segundos (> 10 seg). As principais razões para adicionar este tempo de atraso são:

4.1- Melhorar a porcentagem dos religamentos com sucesso.

4.2- Evitar o risco de um dano maior no eixo por causa de fadiga associado com religamento sem sucesso em faltas multifásicas.

2.3 CURTOS-CIRCUITOS, SINCRONIZAÇÃO DESFAVORÁVEL E ABERTURA DE CURTOS-CIRCUITOS

Oscilações do torque podem causar grandes solicitações mecânicas nos eixos de turboalternadores. Devido ao baixo amortecimento mecânico, as oscilações de torque persistem por um bom tempo e prejudicam a vida útil destes eixos.

2.3.1 Curtos-Circuitos Trifásicos nos Terminais do Gerador

Um curto-circuito nos terminais do gerador, mesmo sendo um distúrbio muito sério do ponto de vista de estabilidade, preservação do isolamento da máquina, etc, não causa torques mecânicos no eixo maiores do que aqueles causados por uma sincronização desfavorável ou uma abertura de linha de transmissão devida a um curto-circuito. Isto se deve principalmente ao fato de que o nível do torque ao redor do qual oscilam os torques mecânicos depende do valor médio do torque elétrico, o qual se aproxima de zero durante um curto-circuito trifásico [12].

2.3.2 Sincronização Desfavorável

Alguns testes [12] tem demonstrado do que uma péssima sincronização pode causar torques mecânicos da mesma ordem de grandeza do que aqueles provocados pela abertura de um curto-circuito.

2.3.3 Aberturas da Rede Devidos a Curtos-Circuitos

Depois de vários estudos realizados, pode-se concluir que não é o curto-circuito em si que provoca os maiores torques torcionais no eixo de turbogeradores, mas sim o efeito da abertura destes curto-circuitos [6], [12], [14], [25].

Logo após a abertura da falta, o ângulo de carga do gerador, e o valor nominal do torque elétrico alcançam os seus valores máximos. Isto significa que o nível dos torques mecânicos será alto. Além do mais, altos picos são obtidos se o instante da abertura da falta é desfavorável em relação às oscilações mecânicas que estão ocorrendo [6], [12].

O tempo decorrido antes da abertura da falta tem uma influência significativa na tensão torcional imposta ao eixo devido principalmente à magnitude do torque elétrico unidirecional aplicado subitamente quando a falta é aberta, a qual aumenta com o ângulo de carga, que é função da duração do curto-circuito [6].

2.4 RELIGAMENTO AUTOMÁTICO COM SUCESSO

Foi mencionado que os torques mecânicos têm uma grande dependência do instante exato do desligamento da linha de transmissão em falta, o que também se verifica com respeito à sequência de religamento. Entretanto, tempos de chaveamentos idênticos, por exemplo, podem causar efeitos totalmente diferentes em turboalternadores que não tenha as mesmas características.

Limitando os estudos para determinado sistema e determinado turboalternador, pode-se prever com mais precisão os limites superiores e inferiores dos torques mecânicos. No entanto, em muitos casos o risco de torques mecânicos muito altos ainda estará

presente devido às tolerâncias nos tempos de chaveamentos dos disjuntores [6], [25].

2.5 O SISTEMA VIBRATÓRIO TORCIONAL DO EIXO

As características do sistema vibratório torcional formado pelo eixo da excitatriz, do gerador e das turbinas, têm uma grande influência na magnitude e na variação com o tempo dos torques em cada seção do eixo. Os momentos de inércia das palhetas da turbina, os rotores da turbina de baixa pressão (LP) e o rotor do gerador são determinantes nos momentos de inércia deste sistema. Os acoplamentos e as reduções do diâmetro na extensão do eixo são os principais responsáveis pelas características torcionais de mola. As frequências naturais do sistema oscilatório torcional são determinadas a partir dos momentos de inércia e das constantes de elasticidade [23], [25].

Se o eixo do sistema for excitado torcionalmente pelo rotor do gerador, cada seção do eixo estará sujeita a torques pulsantes de diferentes magnitudes e formas [6]. Estas oscilações torcionais são excitadas pelo torque ou momento elétrico (M_e) com as suas componentes [6], [17], [25]:

$$M_e = M_{e_o} + M_{e_{fn}} + M_{e_{2fn}} \quad (2.1)$$

onde:

$$M_{e_o} = M_{e_{\max}} \cdot 1 \quad : \text{impulso unidirecional}$$

$$M_{e_{fn}} = M_{e_{\max}} \cdot \text{sen}(2\pi fNt) \quad \text{componente da freq. do sistema}$$

$$M_{e_{2fn}} = M_{e_{\max}} \cdot \text{sen}(4\pi fNt) \quad \text{componente da frequência dupla}$$

A sensibilidade das regiões individuais do eixo sob os três tipos de excitação podem ser caracterizadas pelos fatores r_0 , r_{fN} e r_{2fN} , definindo como [6]:

$$r_i = M_{m_{\max}} / M_{e_i}$$

onde:

$M_{m_{\max}}$ = amplitude do torque máximo no eixo

M_{e_i} = amplitude do torque elétrico aplicado

O fator de resposta unidirecional (r_0) dos eixos entre as turbinas e seus geradores é relativamente alto (1.3 até 1.65). Ele depende da razão dos momentos de inércia polares da turbina e do gerador. Os fatores de resposta de frequência do sistema e de frequência dupla (r_{fN} e r_{2fN}) são pequenos em todas as regiões do eixo e dependem da sintonia torcional do sistema do eixo com respeito à 60 e 120 Hz. Isto significa que, se o sistema do eixo do turboalternador possui frequências naturais muito perto de 60 e 120 Hz, ele terá fatores de sensibilidade muito grandes. É recomendado que as frequências naturais dos sistemas do eixo dos turboalternadores sejam determinadas e plotadas, como na figura 2.1, para avaliar sua sintonia torcional e consequentemente vulnerabilidade às componentes de excitação de 60 e 120 Hz [6], [17], [25].

A figura 2.1 mostra o torque mecânico na região 4 do eixo de uma turbina de 1000MW com um gerador de 2 pólos como resultado do torque elétrico senoidal ($M_e = M_{e_{\max}} \sin 2\pi ft$) aplicado ao rotor do gerador, em função da frequência variável f [6], [17].

A figura 2.2 descreve as reações do torque mecânico aos três tipos de torques de distúrbio elétrico (unidirecional, frequência do sistema e frequência dupla) aplicados subitamente ao rotor do gerador [6].

A Tabela 1 mostra os torques máximos no eixo devido a vários tipos de faltas e operações de chaveamento [17].

A aproximação do torque mecânico máximo é igual à soma dos três componentes do torque de excitação, isto é:

$$M_{m_{max}} = r_o M_{e_o} + r_{fN} M_{e_{fN}} + r_{2fN} M_{e_{2fN}}$$

(2.2)

A listagem na Tabela 1 dos componentes individuais do torque de excitação indicam a contribuição de cada tipo de excitação nos torques máximos no eixo resultante de diferentes tipos de distúrbios. A Tabela 1 mostra que o impulso do torque elétrico unidirecional é o principal responsável pela magnitude dos torques máximos no eixo causados pela abertura de faltas, sincronização desfavorável, rejeição de carga e chaveamento planejado de linhas de transmissão, ao passo que a excitação de frequência do sistema é decisiva no caso de curtos-circuitos terminais.

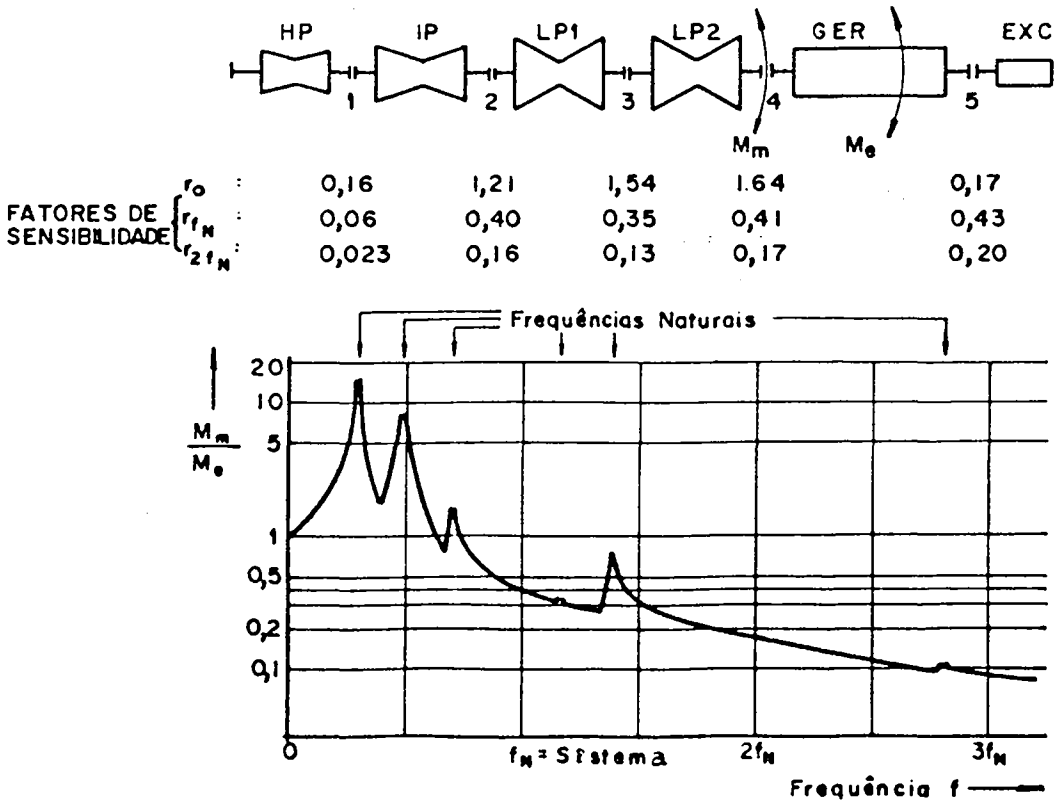


Figura 2.1 - Torque mecânico na região 4 do eixo da turbina.

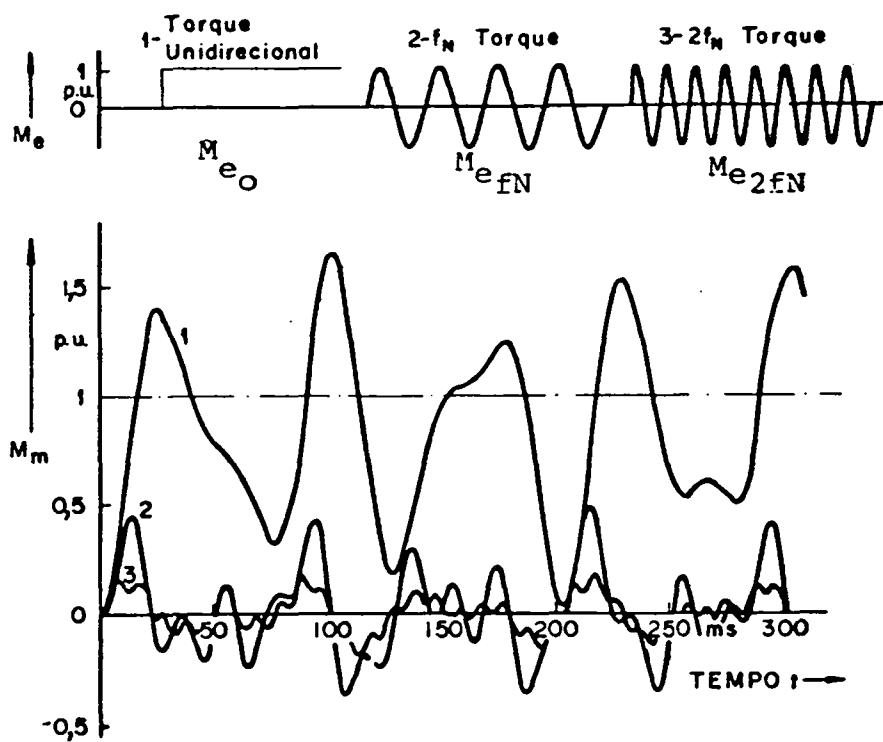


Figura 2.2 - Reações de torques mecânicos aplicada a rotor do gerador.

Tipo de Excitação		Impulso Unidirecional		Excit. Freqünc. Sistema		Excit. Dupla Freqüência		Soma		Torque Max. No Eixo	
Distúrbio		r_e	M_{e0} $r_e M_{e0}$ PU	r_{fN}	M_{efN} $r_{fN} M_{efN}$ PU	r_{2fN}	M_{e2fN} $r_{2fN} M_{e2fN}$ PU	PU	PU		
Abertura de	Trifásico	1.29	1.6	2.0	0.34	3.2	1.1	0	0	3.1	3.4
	Fase-Fase		1.35	1.74		3.3	1.1			2.8	2.7
	Fase-Terra		1.2	1.55		1.0	0.34			1.9	1.8
C.C. Terminal	Trifásico	1.29	0.3	0.5	0.34	4.7	1.6	0.14	0	2.1	2.1
	Fase-Fase		0.4	0.5		4.7	1.6			2.4	2.0
	Sincronização Desfavorável		1.5	1.9		3.3	1.1			3.0	2.6
Rejeição de Carga			1.0	1.3		0	0		0	1.3	1.3
Chaveamentos Planejados			0.5	0.64		0.5	0.17		0	1+0.81	1+0.62

* As magnitudes das componentes da frequência do sistema e da dupla frequência do momento elétrico dependem do ângulo de fase da tensão na ocorrência da falta.

Tabela 1 - Torques máximos devido à diversos tipos de excitação.

2.6 FREQUÊNCIAS NATURAIS TORCIONAIS E FORMAS DE MODO

Depois de uma perturbação no sistema elétrico, as massas rotóricas do turboalternador oscilarão uma em relação à outra nas **frequências naturais** mecânicas, chamadas de frequências de modo torcional dependentes da natureza do distúrbio. Quando o sistema mecânico oscila nas condições de regime permanente em uma das frequências naturais, a amplitude e fase relativa dos elementos rotóricos individuais do turbogerador são fixadas e são chamadas de **formas de modo** do movimento torcional. Na figura 2.3 mostra-se um exemplo das formas de modo de um sistema mecânico torcional [2].

As formas de modo podem ser interpretadas como sendo uma medida das posições relativas das massas pontuais fixas ao longo do eixo no instante em que os deslocamentos são máximos e o eixo é excitado em uma das frequências de ressonância. Além das cinco formas de modos mostradas na figura 2.3, existe o **modo zero**, que corresponde ao movimento uníssono de todas as massas, mas que não é analisado, já que ele não causa nenhuma tensão torcional através de qualquer acoplamento [2], [14], [15], [25]. O eixo vertical da figura 2.3 representa o movimento torcional para cada posição axial ao longo do eixo do turboalternador.

As formas de modo são definidas aqui para um sistema mecânico na ausência de amortecimento. Esta forma de modo, muitas vezes disposta graficamente, é um autovetor do deslocamento rotacional ou velocidade rotacional dos elementos inerciais do rotor quando o sistema é representado matematicamente [2], [25].

Os modos torcionais envolvendo torção no eixo são geralmente enumerados sequencialmente de acordo com a frequência de modo e com o número de reversões de fase na forma de modo. Então, o **modo 1** tem a menor frequência de modo e somente uma reversão de

fase na forma de modo. Generalizando, temos que o modo n tem a n -ésima menor frequência e uma forma de modo com " n " reversões de fase. O número total de modos incluindo o modo zero é igual ao número de elementos inerciais no modelo massa-mola [2], [4], [15], [25].

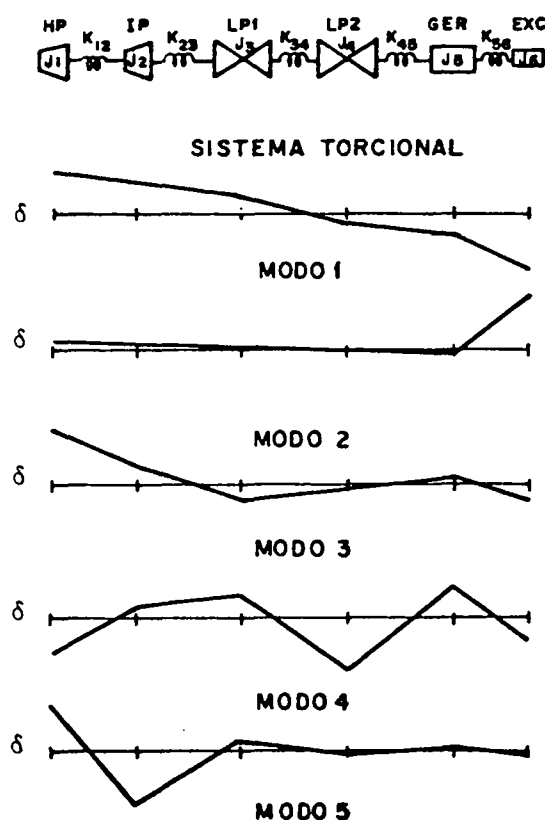


Figura 2.3 - Formas de modo de um sistema mecânico torcional

2.7 AMORTECIMENTO E FATOR DE DECREMENTO

O amortecimento modal torcional quantifica a taxa do decaimento das oscilações torcionais a uma frequência modal torcional e pode ser expresso de várias maneiras. A quantidade mais fácil de medir é a razão entre picos sucessivos de oscilação. O logaritmo natural desta razão é conhecido como **decremento logarítmico**.

co ou log-dec. Para um decaimento lento, o log-dec é aproximadamente igual à fração do decaimento por ciclo. Uma medida mais exata é o tempo em segundos para a envoltória do decaimento decair à fração de $1/e$ do seu valor de um ponto anterior no tempo. Esta medida é a constante de tempo do decaimento. O inverso da constante de tempo é definido como **fator de decremento** (σ_n) e é igual à frequência modal em hertz multiplicada pelo log-dec [2].

$$\text{log-dec} = \sigma_n / f_n \quad \text{s} \quad (2.3)$$

O log-dec, portanto, fornece uma avaliação do amortecimento total. De acordo com a figura 2.4, o log-dec é definido como [2], [10], [23], [27]:

$$\text{log-dec} = \frac{1}{N} \ln(A_0/A_n) \quad \text{s} \quad (2.4)$$

onde:

N = número de ciclos ($N = \Delta t/T$)

A_0 = amplitude no instante $t=t_0$

A_n = amplitude no instante $t=t_0 + NT$

T = período da oscilação torcional

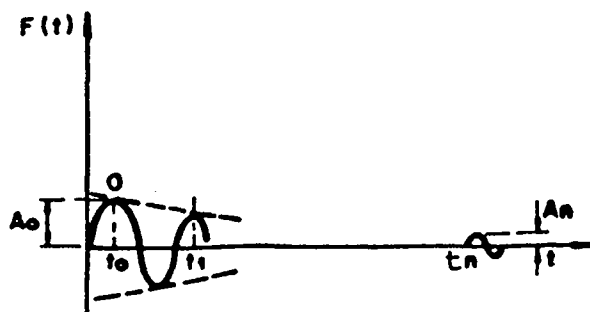


Figura 2.4 - Cálculo do decremento logarítmico

2.8 MEDIDA DO AMORTECIMENTO MODAL

Na verdade não faz parte deste trabalho, demonstrar ou analisar testes para medição do amortecimento modal, mas como este item é importante no fundamento do mesmo, far-se-á um pequeno esboço sobre o assunto.

Várias medições de amortecimento mecânico são realizadas nos turboalternadores atuais de diferentes tamanhos usando as seguintes técnicas de excitação (17).

- 1- Rejeição parcial ou total de carga.
- 2- Testes de curto-circuito súbito em níveis reduzidos de tensão do gerador com o lado de alta do transformador principal curto-circuitado.
- 3- Teste prolongado de curto-circuito de fase a fase com excitação do gerador reduzida enquanto que o turboalternador passa pelas velocidades correspondentes à metade das frequências naturais torcionais. Este teste provoca momentos elétricos de frequência dupla o qual excita o eixo da máquina em oscilações senoidais de cada frequência modal pesquisada.

Os dois primeiros testes excitam primordialmente o modo fundamental (modo 1) da vibração torcional do eixo e só levemente o segundo e terceiro modo. Por outro lado, a terceira técnica permite excitar também modos mais altos e medir os seus amortecimentos.

A figura 2.5 reproduz a medição dos três primeiros modos da vibração torcional de um gerador de dois polos e 970 MW [17]. Já que cada teste de excitação de frequência dupla estimula somen-

te um modo de vibração único, os traços dos torques medidos mostram uma forma senoidal. O decaimento de cada modo torcional excitado é indicado pelos traços de torque registrados quando um terço, dois terços e o período completo medido (t_m) já tenham passados depois que o gerador tenha sido desexcitado. A avaliação destas medidas está mostrada na figura 2.6.

Pode ser observado que o amortecimento varia com os modos de vibração individual. Um fator comum, como é evidente para todas as medições do amortecimento mecânico, é que o amortecimento das oscilações torcionais não é constante, mas é função das amplitudes de oscilação, como também das condições de operação do turboalternador [17].

Um outro método usado para medir as oscilações torcionais do rotor do turboalternador segundo [3], é através de uma roda dentada e um sensor magnético. Um pulso de tensão é gerado pelo sensor para cada dente que passa sob ele. Com o eixo girando, este trem de pulsos é essencialmente uma onda senoidal em uma frequência dada pelo produto do número de dentes da roda e a velocidade da rotação. Para a oscilação torcional sobreposta em uma rotação em regime permanente, a velocidade em que o dente passa varia em proporção à magnitude e a frequência da oscilação, e a tensão de saída é igualmente modulada em frequência. Um demodulador é utilizado para retirar a portadora de alta frequência e se obtém um sinal proporcional ao desvio de velocidade rotórica. Deste, sinal a amplitude e frequência de vibração podem ser determinadas.

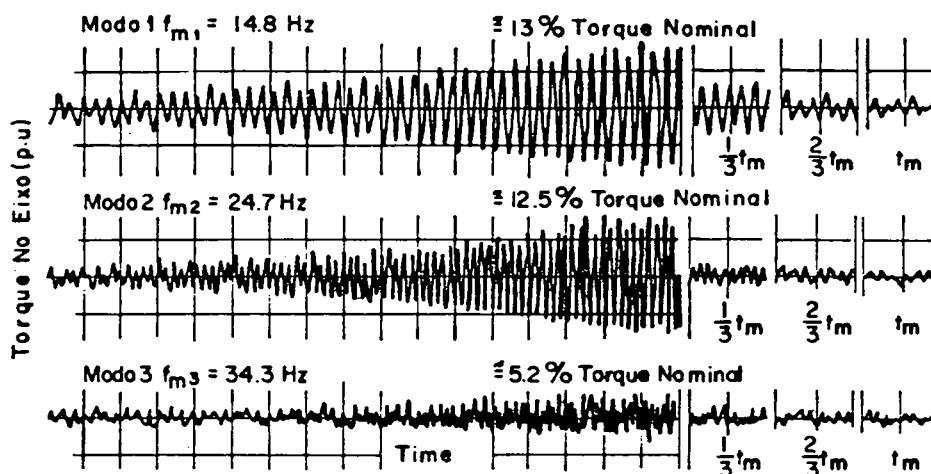


Figura 2.5 - Desenvolvimento do torque mecânico de um gerador de 2 pólos acoplado a um turboalternador de 970MW girando através de suas frequências naturais sob um curto-circuito fase - fase e o decaimento subsequente depois da desexcitação.

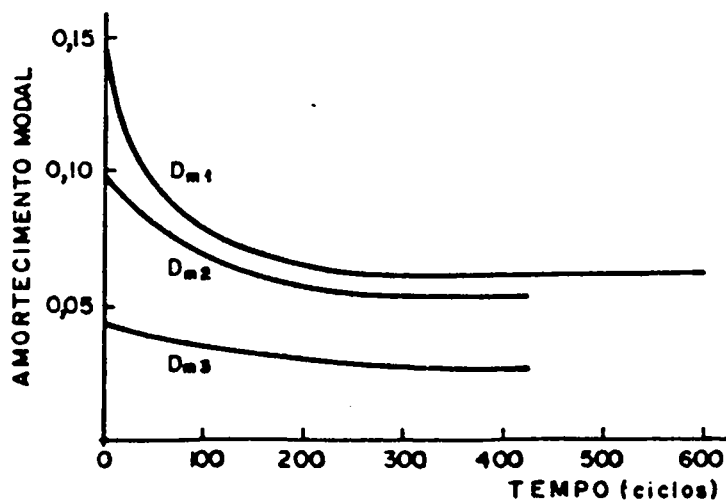


Figura 2.6 - Amortecimento mecânico medido das oscilações torcionais de três modos de vibração diferente de um turboalternador de 970MW.

As frequências naturais e as formas de modo de uma unidade (neste exemplo, o gerador nº 2 da usina de San Juan de 410 MVA fabricado pela Westhinghouse, EUA [3] foram encontradas através de medições da velocidade rotórica, em 5 lugares ao longo do rotor. (figura 2.7)

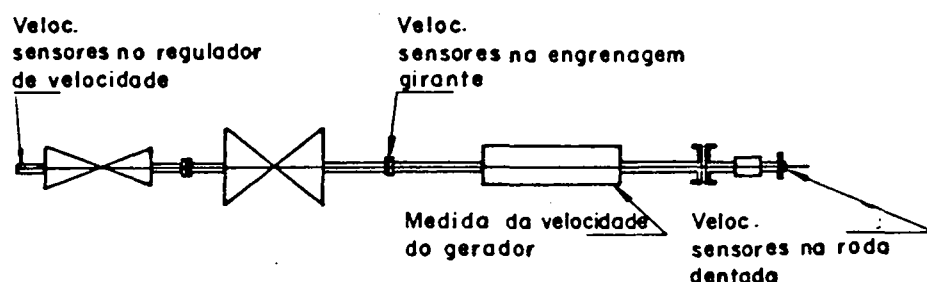


Figura 2.7 - Esboço esquemático de um turboalternador mostrando os pontos para medição da velocidade do eixo durante os testes de campo.

2.9 CONCLUSÃO

Neste capítulo examinou-se as contingências mais frequentes que acontecem no sistema elétrico e os efeitos prejudiciais ao sistema vibrante torcional do eixo.

Apresentou-se também, os conceitos de frequência natural, formas de modo e fator de decremento, e por último apresentou-se a relação entre o amortecimento elétrico e o decremento logarítmico (log-dec).

C A P Í T U L O I I I

MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO E MECÂNICO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática do sistema elétrico e do sistema mecânico. É mostrada a normalização das grandezas destes sistemas e também apresenta-se o modelo modal.

3.2 SISTEMA ELÉTRICO

No sistema elétrico, o gerador é representado pelo seu modelo completo, utilizando como variáveis de estado as correntes e fazendo uso da transformação de Park, como é mostrado em [24], [25].

3.3 SISTEMA MECÂNICO

O sistema mecânico do eixo, composto pelas inércias das diversas massas, pelas secções do eixo e pelos amortecimentos mecânicos é representado através de um sistema massa-mola-amortecedores.

3.3.1 MODELAGEM DO SISTEMA MECÂNICO DO EIXO

São apresentados na literatura três modelos básicos para a simulação das oscilações no eixo de turboalternadores [20], [25].

O modelo mais simples considera o eixo composto de um número pequeno de massas discretas (no máximo 20), conectadas entre si por molas cujas constantes elásticas exprimem a relação entre o torque numa seção do eixo e o defasamento angular entre massas. O segundo consiste numa modelagem do eixo com um número maior de massas discretas (da ordem de 300).

O terceiro modelo consiste num sistema similar ao segundo, contendo também um sistema de ramificações que representam as palhetas da turbina e os elementos do rotor. Estes três modelos estão mostrados na figura (3.1).

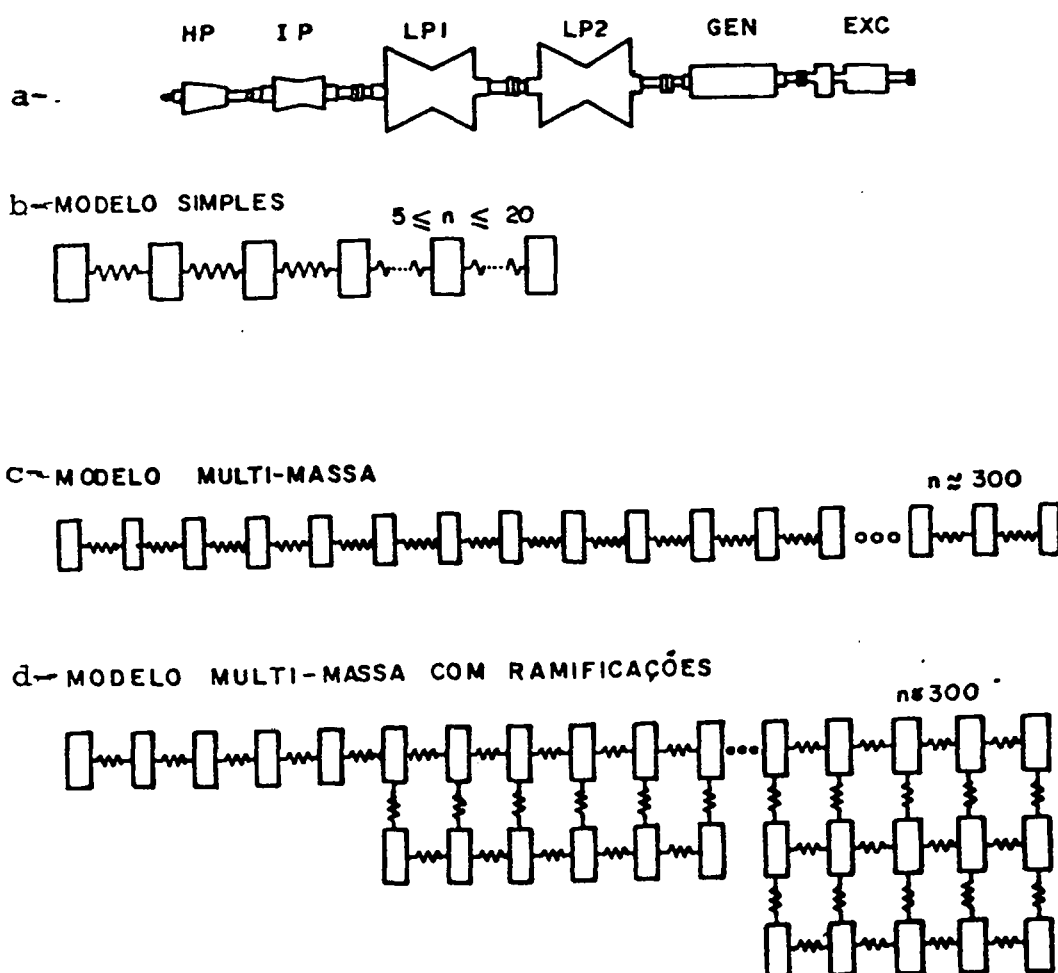


Figura 3.1 - Modelos de eixos de turbogeradores (a) Sistema mecânico; (b) Modelo Simples; (c) Modelo Multi-Massa; (d) Modelo Multi-Massa com ramificações

3.4 A EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO

A equação de equilíbrio mecânico para a massa i , é dada por:

$$J_i \ddot{\delta}_i + D_{ii} \dot{\delta}_i + D_{i,i-1} (\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_{i-1}) + D_{i,i+1} (\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_{i+1}) + K_{i,i-1} (\delta_i - \delta_{i-1}) + K_{i,i+1} (\delta_i - \delta_{i+1}) = T_i^m - T_i^e + D_{ii} \omega_{mi_{RP}} \quad (3.1)$$

onde:

- J_i = momento de inércia da massa i
- T_i^m = torque mecânico aplicado à massa i
- T_i^e = torque elétrico aplicado à massa i
- D_{ii} = coeficiente de amortecimento próprio da massa i
- $D_{i,i+1}$ = coeficiente de amortecimento mútuo entre as $i-1$ e $i+1$ ($i-1$)
- $K_{i,i+1}$ = constante elástica torcional do eixo que une $i-1$ as massas i e $i+1$ ($i-1$)
- $\omega_{mi_{RP}}$ = velocidade angular da massa i em regime permanente

A equação (3.1) pode ser colocada na forma matricial.

$$[J] \ddot{\underline{\delta}} + [D] \dot{\underline{\delta}} + [K] \underline{\delta} = \underline{T} \quad (3.2)$$

ou

$$[J] \dot{\underline{\omega}} + [D] \underline{\omega} + [K] \underline{\delta} = \underline{I} \quad (3.3)$$

onde:

$$[J] = \text{diag} \{ J_1, i=1,2,\dots,M \} \quad (3.4)$$

A matriz $[D]$ é tridiagonal e é definida por:

$$[D] = \begin{bmatrix} \hat{D}_1 & -D_{12} & & & \\ -D_{12} & \hat{D}_2 & -D_{23} & & \\ & -D_{23} & & & \\ & & & & \\ & & & \hat{D}_{M-1} & -D_{M-1,M} \\ & & & -D_{M-1,M} & \hat{D}_M \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde:

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= D_{12} + D_{11} & \hat{D}_M &= D_{M-1,M} + D_{M,M} \\ \hat{D}_i &= D_{i-1,i} + D_{i,i} + D_{i,i+1} & i &= 2, \dots, M-1 \end{aligned}$$

A matriz $[K]$, também tridiagonal é definida por:

$$[K] = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & -K_{12} & & & \\ -K_{12} & \hat{K}_2 & -K_{23} & & \\ & -K_{23} & & & \\ & & & & \\ & & & \hat{K}_{M-1} & -K_{M-1,M} \\ & & & -K_{M-1,M} & \hat{K}_M \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde:

$$\begin{aligned} \hat{K}_1 &= K_{12} & \hat{K}_M &= K_{M-1,M} \\ \hat{K}_i &= K_{i-1,i} + K_{i,i+1} & i &= 2, \dots, M-1 \end{aligned}$$

e o vetor \underline{T} é um vetor com componentes

$$T_i^m = T_i^e + D_{ii} \omega_{i,RP} \quad i = 1, \dots, M$$

e finalmente o vetor $\underline{\delta}$ é dado por:

$$\underline{\delta} = (\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_M)^T \quad (3.7)$$

Os casos simulados neste estudo utilizam um modelo simples com 5 massas discretas representando a turbina de alta pressão, as duas turbinas de baixa pressão, o gerador e a excitatriz. Não é representada a ação do regulador de velocidade, de forma que T_i^m é constante e igual ao seu valor inicial (regime permanente). O torque T_i^e é diferente de zero somente para o gerador, no presente estudo.

A figura (3.2) mostra um esquema do eixo de um turbogerador semelhante àquele utilizado neste trabalho.

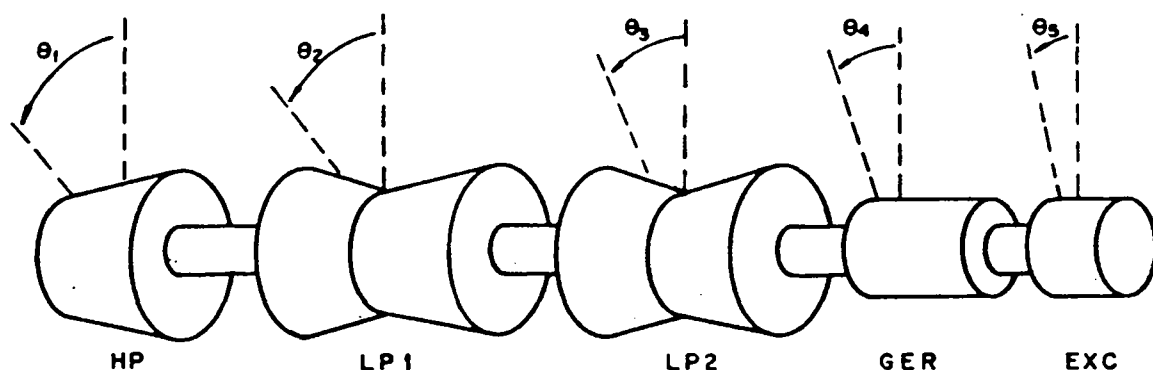


Figura (3.2) - Modelo mecânico do eixo do turbogerador

3.5 TORQUE MECÂNICO NO EIXO

Os torques mecânicos no eixo são calculados através da expressão matricial (3.8).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} T_{1-2} \\ T_{2-3} \\ \vdots \\ T_{(M-1)-M} \end{bmatrix}}_{\underline{T}_s} = \underbrace{\begin{bmatrix} K_{12} & -K_{12} & & \\ & K_{23} & -K_{23} & \\ & & \ddots & \\ & & & K_{(M-1),M} & -K_{(M-1),M} \end{bmatrix}}_{[K_2]} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{M-1} \\ \delta_M \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

onde T_{i-j} é o torque mecânico no eixo entre as massas i e j e K_{ij} é a constante de mola entre as massas i e j .

Assim por exemplo, o torque entre a massa 1 e 2 é dado por:

$$T_{1-2} = K_{12} (\delta_1 - \delta_2) \quad (3.9)$$

3.6 SISTEMA MODAL

Representando as secções da turbina por inércias conectadas por uma rigidez apropriada, as equações dinâmicas podem ser escritas, através de um conjunto de equações de segunda ordem (sistema físico) da seguinte maneira:

$$\frac{1}{\omega_B} [H] \ddot{\underline{\delta}} + [D] \dot{\underline{\delta}} + [K] \underline{\delta} = \underline{T} \quad (3.10)$$

Onde $[H]$ é uma matriz diagonal de inércias dada por:

$$[H] = \begin{bmatrix} 2H_1 & & & \\ & 2H_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2H_M \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

As matrizes $[D]$ e $[K]$ já foram definidas anteriormente, $\underline{\delta}$ é o vetor das posições angulares, \underline{T} é o vetor dos torques.

Se for considerado um sistema não amortecido ($[D] = [0]$) e não forçado ($\underline{T} = \underline{0}$), a equação (3.10) torna-se:

$$\frac{1}{\omega_B} [H] \ddot{\underline{\delta}} + [K] \underline{\delta} = 0 \quad (3.12)$$

Na ressonância, todas as massas oscilam à mesma frequência ω_m , de forma que [4], [25]:

$$\delta_i = X_i \sin(\omega_m t + \alpha) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.13)$$

Se for derivada duas vezes a equação (3.13) obtém-se:

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_i &= -\omega_m^2 X_i \sin(\omega_m t + \alpha) \\ \ddot{\delta}_i &= -\omega_m^2 \cdot \delta_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.14)$$

Substituindo a equação (3.14) em (3.12) obtém-se:

$$\frac{-\omega_m^2 [H] \underline{\delta} + [K] \underline{\delta}}{\omega_B} = 0 \quad (3.15)$$

ou

$$(\omega_m^2 / \omega_B) \underline{\delta} = [H]^{-1} [K] \underline{\delta} \quad (3.16)$$

Definindo:

$$(M) = [H]^{-1} [K], \quad \lambda_m = \omega_m^2 / \omega_B \quad (3.17)$$

obtém-se:

$$([M] - \lambda_m [I]) \underline{\delta} = 0 \quad (3.18)$$

ou

$$[M] \underline{\delta} = \lambda_m \underline{\delta}$$

Assim, da definição de autovalores [31], pode-se definir λ_m como sendo um autovalor de $[M]$, já que $\underline{\delta}$ é um vetor não nulo que satisfaz a equação (3.18).

Da mesma maneira [31], define-se:

$$[M] Q_i = \lambda_{m_i} Q_i \quad (3.19)$$

onde

Q_i = autovetor de $[M]$ associado com λ_m

Então para cada λ_{m_i} corresponde um autovetor Q_i . Define-se a matriz $[Q]$, chamada de matriz modal ou de transformação cujas colunas são autovetores da matriz $[M]$, correspondentes a cada autovalor. Assim obtém-se:

$$[Q] = [Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_m] \quad (3.20)$$

Cada coluna desta matriz, ou seja cada autovetor, corresponde a uma forma de modo, e são H-ortogonais (Apêndice I).

Escolhendo-se uma mudança de coordenadas do vetor das posições angulares $\underline{\delta}$, para o vetor de ângulos modais, $\underline{\delta}_m$ através da matriz modal $[Q]$, obtém-se:

$$\underline{\delta} = [Q] \underline{\delta}_m \quad (3.21)$$

Substituindo esta equação e suas duas primeiras derivadas, na equação (3.10), e pré-multiplicando a equação por $[Q]^T$, obtém-se:

$$\frac{1}{\omega_B} [Q]^T [H] [Q] \ddot{\underline{\delta}}_m + [Q]^T [D] [Q] \dot{\underline{\delta}}_m + [Q]^T [K] [Q] \underline{\delta}_m = [Q]^T \underline{T} \quad (3.22)$$

onde $[Q]^T [H] [Q]$, e $[Q]^T [K] [Q]$ são matrizes diagonais e definidas como:

$$[H_m] = [Q]^T [H] [Q] = \begin{bmatrix} 2H_{m_0} & & \\ & 2H_{m_1} & \\ & & \ddots \\ & & & 2H_{m_M} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

que é a matriz de inércias modais, e

$$[K_m] = [Q]^T [K] [Q] = \begin{bmatrix} K_{m_0} & & & \\ & K_{m_1} & & \\ & & k_{m_2} & \\ & & & k_{m_M} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

definida como matriz de rigidez modal

A demonstração matemática da diagonalização das matrizes $[Q]^T H [Q]$ e $[Q]^T K [Q]$, encontra-se no Apêndice I.

Para poder desacoplar a equação (3.22) deve-se mostrar que a matriz $[Q]^T [D] [Q]$ é proporcional à matriz de inércia ou a matriz de rigidez ou a uma combinação linear das duas [26], [30].

No sistema em estudo o amortecimento não é proporcional, mas no entanto, as constantes de tempo associadas ao fenômenos são muito grandes devido ao baixo amortecimento das oscilações torcionais. Logo, o fato de se ter desprezado os elementos fora da diagonal da matriz $[Q]^T [D] [Q]$, para obter o desacoplamento das equações não introduz um erro apreciável. Os elementos da diagonal de $[Q]^T [D] [Q]$ são chamados de fatores de amortecimento modal, D_{mi} , e podem ser determinados experimentalmente.

Desta maneira, a equação (3.22) fica desacoplada e o eixo é representado como mostra a figura (3.3):

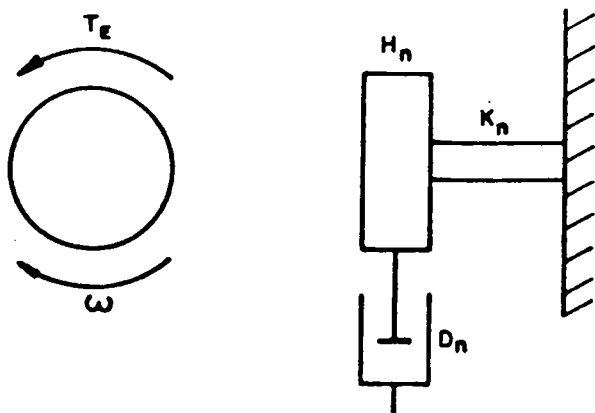


Figura (3.3) - Sistema mecânico massa-mola

A solução não forçada da equação (3.22) para o i -ésimo componente de $\underline{\delta}_m$ torna-se:

$$\delta_{mi} = A_i e^{-\sigma_{mi} t} \cos(\omega_{mi} t + \psi_i) \quad (3.25)$$

onde: $\sigma_{mi} = \omega_B D_{mi} / 4H_{mi} \quad (3.26)$

$$\omega_{mi} = \sqrt{\omega_B K_{mi} / 2H_{mi}} \quad (3.27)$$

σ_{mi} é o fator de decremento do modo i , ω_{mi} é a frequência natural do modo i , e A_i , ψ_i são constantes que dependem das condições iniciais. Os torques no eixo em termos do ângulo modal ficam:

$$\underline{T}_s = K_{2m} \cdot \underline{\delta}_m \quad (3.28)$$

onde:

$$K_{2m} = K_2 \cdot [Q] \quad (3.29)$$

Similarmente, as velocidades modais são relacionadas com as velocidades da turbina da mesma maneira, assim

$$\underline{\omega} = [Q] \underline{\omega}_m \quad (3.30)$$

onde:

$$\underline{\omega} = [\omega_{HP}, \omega_{LP1}, \omega_{LP2}, \omega_{GEN}, \omega_{EXC}]^T = \dot{\underline{\delta}} \quad (3.31)$$

$$\underline{\omega}_m = [\omega_{m0}, \omega_{m1}, \omega_{m2}, \dots, \omega_{mM}]^T = \dot{\underline{\delta}}_m \quad (3.32)$$

3.7 NORMALIZAÇÃO DO SISTEMA MECÂNICO

3.7.1 RELAÇÃO ENTRE O MOMENTO DE INÉRCIA J E A CONSTANTE DE INÉRCIA H

A equação de oscilação, que relaciona os torques elétricos e mecânico é dado pela equação (3.33)

$$J \ddot{\delta}_m = J \dot{\omega}_m = T_a [Nm] \quad (3.33)$$

ou em graus elétricos

$$\frac{2J}{P} \ddot{\delta} = \frac{2J}{P} \dot{\omega} = T_a [Nm] \quad (3.34)$$

onde p = número de par de pólos.

Definindo

$$T_b = \frac{S_{B3}}{\omega_{mR}} = \frac{60S_{B3}}{2\pi N} \quad (3.35)$$

onde:

S_{B3} = VA nominal trifásico

N = velocidade nominal do eixo em RPM

$$\omega_{mR} = 2\pi f_r = 2N/60$$

Dividindo a equação (3.34) pela equação (3.35) e lembrando que $p = \frac{120 f_r}{N}$, tem-se

$$\frac{2J}{P} \frac{\omega}{\frac{60S_{B3}}{2\pi N}} = \frac{T_a}{T_b} = T_{a\mu} \quad [pu] \quad (3.36)$$

Rearranjando a equação (3.36) tem-se

$$\frac{J\pi^2 N^2}{900\omega_R S_{B3}} \omega = T_{a\mu} \quad [pu] \quad (3.37)$$

onde:

ω_R é dado em rad/s

Nos EUA, J é conhecido como WR^2 (lbmft^2) e na Inglaterra, J é conhecido como WR^2/g (slugft^2) onde

$$g = 32.17398 \text{ ft/s} \quad (3.38)$$

Na unidade MKS tem-se

$$J = \frac{746(WR^2)}{500g} \quad [Js^2] \text{ ou } [Nms^2] \text{ ou } [Ws^3] \quad (3.39)$$

Substituindo (3.39) em (3.37) obtem-se

$$\frac{746(WR^2)\pi^2 N^2}{550g(900)\omega_R S_{B3}} \cdot \omega = T_{ap} \quad [pu] \quad (3.40)$$

A energia cinética de um corpo girante é dada por:

$$W_K = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{746(WR^2)}{550g} \frac{(2\pi N)^2}{60^2} \quad [MJ] \quad (3.41)$$

Então dependendo de que valor de J for utilizado pode-se chegar a:

$$W_K = 7.437 \times 10^{-9} N^2 \frac{(WR^2)}{g} \quad [MJ] \quad (3.42)$$

$$W_K = 2.31152 \times 10^{-10} N^2 (WR^2) \quad [MJ] \quad (3.43)$$

onde:

N = velocidade nominal do eixo em RPM

Se J for:

= WR^2/g (lbf-ft-s²) utiliza-se a equação (3.42), unidade inglesa

= (WR^2) (lbm-ft²) utiliza-se a equação (3.43), unidade americana

Define-se então a constante de inércia como sendo

$$H = \frac{W_K}{S_{B3}} \quad [s] \quad (3.44)$$

Pode-se concluir então que dado o valor do momento de inércia J, pode-se calcular a constante de inércia em (s) utilizando a equação (3.44).

3.8 NORMALIZAÇÃO DAS GRANDEZAS

3.8.1 MOMENTO DE INÉRCIA (J)

Dependendo da unidade em que for dado esta grandeza, o seu valor base pode ser dado por:

$$J_b = 20.7 \times 10^9 \frac{MVA_b}{N^3} |lbm-ft^2|; J_b = 0.642 \times 10^9 \frac{MVA_b}{N^3} |lb-ft-s^2|;$$

$$J_b = 0.871 \times 10^9 |kgm^2| \quad (3.45)$$

onde N é a velocidade nominal em RPM

O valor em pu é dado por

$$J_\mu = \frac{J}{J_b} \quad (3.46)$$

$$J_\mu = 2H\omega_b \quad (3.47)$$

onde:

ω_b = velocidade angular mecânica nominal em rad/s, e dada por:

$$\omega_b = \frac{2\pi N}{60} \quad (3.48)$$

$$H = \frac{J_\mu}{2\omega_b} \quad (3.49)$$

3.8.2 CONSTANTE DE INÉRCIA M

Esta constante de inércia é dada por:

$$M = J \cdot \omega_m \quad (3.50)$$

onde:

ω_m = velocidade mecânica

O seu valor base é dado por:

$$M_b = \frac{KVA}{0.174 \times 10^{-4} N^2} [lbm-ft^2] \quad (3.51)$$

$$M[s] = \frac{M}{M_b} = 2H \times 377 \quad (3.52)$$

$$M[s] = \frac{M}{M_b \times 377} = 2H [s] \quad (3.53)$$

3.9 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado o modelo elétrico e mecânico do eixo. Foi mostrada a equação de oscilação do modelo mecânico do eixo do turboalternador, assim como a forma de calcular os torques mecânicos neste eixo. Também apresentou-se a transformação do sistema em um sistema modal.

C A P Í T U L O I V

MODELAGEM PARA A DETERMINAÇÃO DE PERDA DE VIDA DOS EIXOS DE
TURBOALTERNADORES POR FADIGA

4.1 INTRODUÇÃO

O modelo aqui estudado tem como objetivo calcular a perda de vida do material do eixo de um turboalternador através de uma conversão dos torques cíclicos em esforços nos pontos mais críticos do eixo e quantificar os danos causados pelas oscilações torcionais que causam a perda de vida do material devido à fadiga do mesmo.

4.2 O FENÔMENO DA FADIGA

Normalmente quando se quer estabelecer as propriedades mecânicas dos materiais relacionadas ao diagrama "esforços x elongação", a carga é aplicada às amostras do material gradualmente, havendo tempo suficiente para o desenvolvimento da elongação. Esta situação caracteriza uma condição estática [1].

A figura (4.1) mostra um diagrama típico de "esforços x elongação" para tração.

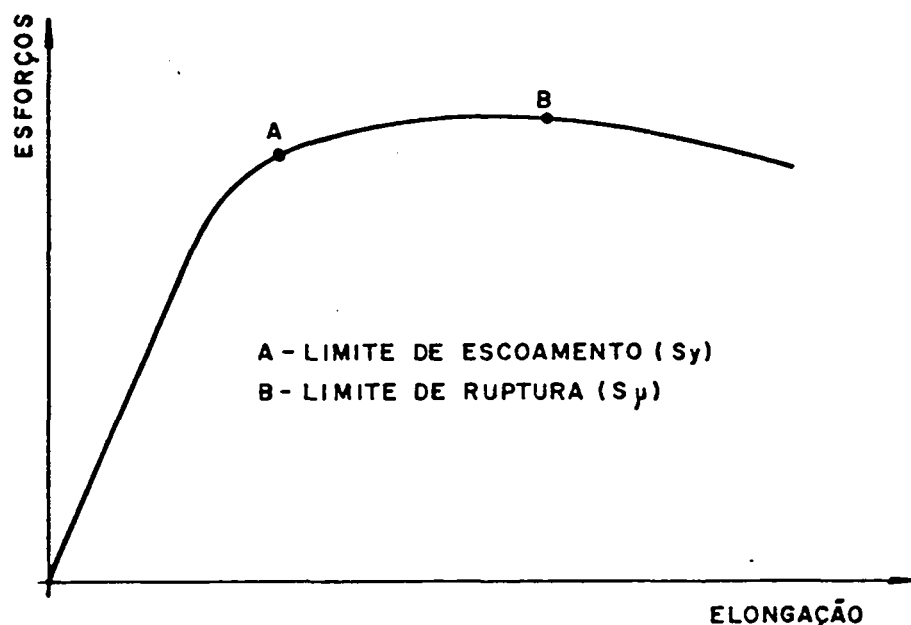


Figura 4.1 - Diagrama típico "esforços x elongação para tração.

Na figura 4.1 destacam-se dois pontos de interesse. O ponto A que corresponde ao limite de escoamento (S_y) e o ponto B que corresponde ao limite de ruptura (S_u).

Muitas vezes ocorre o rompimento de componentes de máquinas, só com a atuação de esforços flutuantes, porém sem que eles tenham ultrapassado nem o limite de escoamento nem o limite de ruptura. A característica principal destas rupturas é a grande repetição destes esforços, o que caracteriza uma quebra por **fadiga** [1].

Pode-se definir fadiga como sendo o processo em que ocorre uma mudança progressiva, localizada e permanente, na estrutura do material, o qual está sujeito a tensões e esforços flutuantes em algum ou vários de seus pontos. Isto pode culminar numa trinca ou ruptura completa do mesmo depois de um número suficiente de flutuações [2].

A fadiga começa com uma pequena rachadura invisível a olho nú. A rachadura se desenvolverá até um ponto de descontinuidade do material, tais como mudanças na seção do mesmo, um buraco, uma conexão, etc. Se a área atingida decresce em tamanho, os esforços aumentam em magnitude, até que a área remanescente se rompa subitamente [1]. A fadiga atinge duas áreas diferentes. A primeira é devido ao aumento progressivo da rachadura, enquanto que a segunda deve-se à fratura súbita.

Comparando o fenômeno da fadiga com a condição estática de ruptura, conclui-se que eles diferem totalmente já que na segunda situação tem-se ruptura somente se a deflexão ultrapassar o limite de escoamento. Já a primeira situação é um processo cumulativo e a ruptura é súbita e total sem haver necessidade de se ter ultrapassado qualquer limite, o que torna a fadiga muito perigosa.

4.3 LIMITE DE TOLERÂNCIA À FADIGA

A fim de determinar a resistência de materiais sob a ação de tensões cíclicas, corpos de prova são submetidos a este tipo de esforço até a ruptura da amostra, registrando-se o número de ciclos onde ocorreu esta ruptura. Estes testes de laboratório são efetuados em corpos de prova normalizados, e os resultados limitam-se ao corpo de prova que possui superfície espelhada, livre de tensões residuais (presumivelmente) e dimensões normalizadas. Além disto, a curva obtida é também válida somente para tração alternada, aplicadas no ensaio [1], [25], [29].

4.4 CÁLCULO DO DANO ACUMULADO

Um dos problemas práticos no estudo do fenômeno da fadiga de materiais é que eles não são submetidos a um único nível de tensão e sim a vários e diferentes níveis de tensão, ocorrendo o efeito do dano acumulado.

A teoria que a maioria dos trabalhos utiliza para o problema com o dano acumulado é a chamada regra de Miner [1], [6], [12], [17], [25] e [29].

A fadiga total para um evento composto de uma série de ciclos de oscilação do esforço aplicado ao eixo, pode ser calculada através da soma das fadigas individuais de cada ciclo, independente da ordem e da magnitude dos mesmos [1].

Matematicamente, o dano acumulado é representado por:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_i}{N_i} = D \quad (4.1)$$

onde:

n = número de ciclos de tensão S aplicado à peça

N = vida correspondente a S

A constante D é determinada através de ensaios e varia na faixa de:

$$0,7 \leq D \leq 2,2$$

Muitos autores recomendam [25] o uso de $D = 1$ e a equação (4.1) fica

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (4.2)$$

4.5 FATORES DE REDUÇÃO DA RESISTÊNCIA À FADIGA

Para se representar o eixo de um turbogerador, alguns efeitos adicionais devem ser levados em conta. Estes efeitos são devidos às diferenças existentes entre os corpos de prova e o eixo real. Quatro restrições importantes ainda são mantidos [1], [25].

- 1- Não existem pontos com concentração de tensão.
- 2- O carregamento é alternado (não existe um nível de tensão médio).
- 3- O carregamento é simplesmente de torção.
- 4- O material é praticamente homogêneo e livre de tensões residuais.

4.6 CLASSIFICAÇÃO DOS TIPOS DE EFEITOS A SEREM CONSIDERADOS

a) Efeito de carga de torção (Cc)

O valor mais utilizado na literatura baseado na teoria de máxima energia de distorção é de 0.58 [25], [29].

A aplicação de Cc neste trabalho será a todas as tensões, calculando-se uma tensão cisalhante $T = (2 \times \text{Torque}) / \pi R^3$ e a seguir determinando-se uma tensão normal equivalente, fazendo $S = T/Cc$ onde R é o raio da menor seção transversal do eixo analisado.

b) Efeito da diferença de tamanhos entre as amostras e o eixo do turbogerador (Cd)

A resistência à fadiga é inversamente proporcional ao tamanho do material em questão, quando forem aplicadas cargas torcionais (29). Para se levar em consideração a diferença de tamanho

do corpo de prova o eixo real do turboalternador, devem ser adotados valores de $C_d = 0.6$ a 0.75 para peças grandes submetidas à torção. Neste trabalho utilizar-se-á um valor de $C_d = 0.70$.

c) Efeito do acabamento da superfície do eixo (C_s)

As amostras de laboratório têm geralmente suas superfícies extremamente polidas, o que não ocorre com os eixos reais dos turbogeradores.

O acabamento superficial de uma peça pode afetar sua resistência à fadiga de três maneiras [29]:

- 1- Pela existência de concentração de tensões resultantes da rugosidade superficial.
- 2- Pela alteração das propriedades físicas da camada superficial do material.
- 3- Pela introdução de tensões residuais.

O fator de acabamento superficial C_s é definido como a relação entre a resistência à fadiga obtida com um determinado acabamento e aquela obtida com corpo de prova espelhado.

Neste trabalho utilizar-se-á $C_s = 0.75$ que corresponde a uma tensão de ruptura do aço de 896 N/mm^2 , o qual se aproxima muito às características mecânicas do aço utilizado na literatura.

d) Efeitos de entalhes e descontinuidades

Os pontos que apresentam concentração de tensões devido a mudanças bruscas do diâmetro do eixo, principalmente em áreas de conexão (ranhuras, filetes, furos, roscas, rasgos de chaveta, variações de secção, etc.) são onde mais frequente acontecem falhas

por fadiga. Assim, considera-se um fator de redução da resistência à fadiga, ou fator de entalhe, designado por K_f [25].

Existe um outro fator que fornece o aumento de tensão em um material ideal, e é chamado de fator geométrico de concentração de tensão, ou fator de forma ou fator teórico de concentração de tensão, designado por K_t .

A equação (4.3) relaciona os dois fatores através da relação de Peterson dada por [25]:

$$K_f = 1 + q (K_t - 1) \quad (4.3)$$

onde:

q = sensibilidade ao entalhe (escolheu-se $q=1$)

O fator K_t é obtido de curvas [25] em função das razões entre o raio do entalhe e o menor diâmetro da secção do eixo em função da razão entre o menor diâmetro do eixo e o diâmetro onde houve a redução pelo entalhe (escolheu-se $K_t=1.8$). Da equação (4.3) obtém-se o valor de $K_f = 1.8$ [25].

e) Efeito de cargas flutuantes

Tinha-se adotado como hipótese que a forma de onda dos esforços aplicados às seções do eixo tinha valor médio zero, ou seja, era perfeitamente simétrica, no entanto isto não ocorre. Para cada ciclo existe uma tensão média associada, podendo ser considerada através do critério de Goodman [25].

4.7 TÉCNICA DE CONTAGEM DE CICLOS

Para o cálculo da perda de vida acumulada devido a um distúrbio qualquer que resulte numa série de esforços cisalhantes no eixo, é necessário dividir as oscilações em ciclos individuais. Para tal atividade é necessário escolher uma técnica de contagem de ciclos, e neste trabalho utilizar-se-á o método chamado "Rain flow" [1], [25].,

4.7.1 O MÉTODO "RAIN FLOW"

O método "Rain flow" tenta captar as oscilações de maior amplitude inserindo depois as de menor amplitude. Para isso são definidos dois tipos de extremos; os extremos simples e os extremos fundamentais. Extremos fundamentais são todos aqueles que são seguidos de extremo semelhante (máximo ou mínimo) de menor valor em módulo.

Na figura 4.3 o extremo 1 (mínimo) é fundamental pois o outro extremo (mínimo) que o segue, de número 3, tem amplitude menor em módulo. Da mesma forma, o extremo 4 é fundamental, pois o extremo 6 é inferior em módulo. São então selecionados os ciclos formados por extremos fundamentais para depois serem selecionados os ciclos formados por extremos comuns.

Na referência [25], ilustra-se um exemplo completo do uso do método de "Rain flow" para contagem de ciclos.

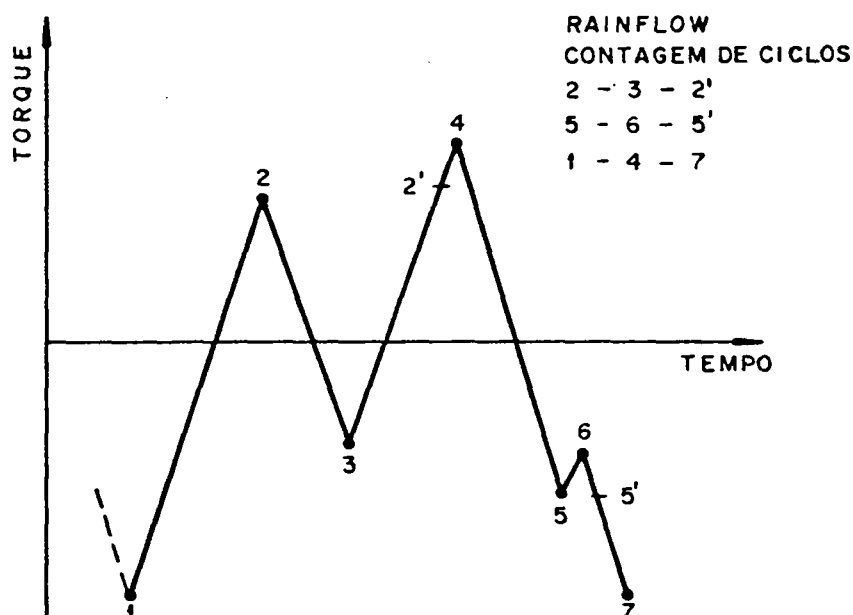


Figura 4.3 - Método de contagem de ciclos (método "Rain flow")

4.8 A ANÁLISE DA FADIGA BASEADA EM DEFORMAÇÕES

Até agora, neste capítulo, a análise da fadiga foi baseada em **tensões**. A análise da perda de vida não é apropriada para N menor do que 10^3 ciclos para falha, porque já existirão então deformações plásticas razoáveis no material.

Para resolver o problema de perda de vida em eixos de turboalternadores é conveniente então utilizar uma metodologia baseada em deformações [25].

4.9 PROPRIEDADES CÍCLICAS DE TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A curva tensão-deformação cíclica é definida através de laços de histerese de tensão-deformação obtidos de ensaios em corpos de prova sob controle de deformações cíclicas axiais.

A figura 4.4 mostra um laço de histerese de tensão-deformação.

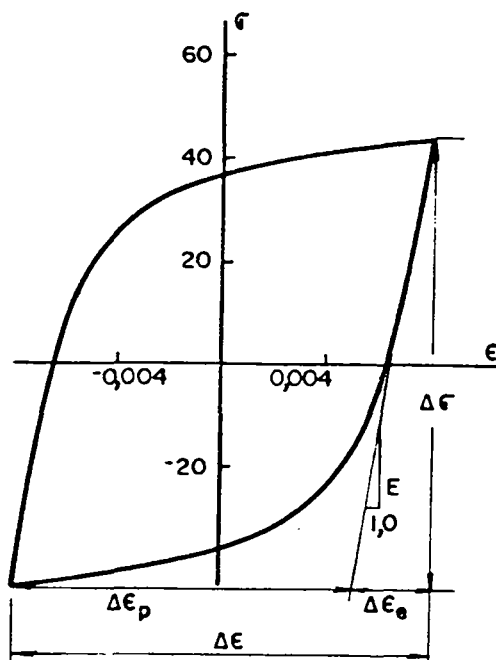


Figura 4.4 - Laço de histerese de tensão-deformação.

Da figura 4.4, pode-se obter a amplitude da deformação plástica ($\Delta\epsilon_p/2$) da equação (4.4)

$$\Delta\epsilon_p/2 = \Delta\epsilon/2 - \Delta\epsilon_e/2 \quad (4.4)$$

onde:

$\Delta\epsilon/2$ = amplitude total da deformação

$\Delta\epsilon_e/2$ = amplitude da deformação elástica

Da lei de Hook [25] obtém-se:

$$\Delta\epsilon_e/2 = \Delta\sigma/2 E \quad (4.5)$$

onde:

E = módulo de elasticidade

$\Delta\sigma$ = tensão alternada pico a pico

Substituindo-se (4.5) em (4.4) tem-se:

$$\Delta\epsilon_p/2 = \Delta\epsilon/2 - \Delta\sigma/2 E \quad (4.6)$$

Nos eixos de turboalternadores deve-se converter os torques em tensões normais e estas tensões normais uma vez decompostas nos pares tensão alternante e tensão média, em deformações.

A equação (4.6) pode ser rearranjada obtendo-se a equação (4.7) .

$$\Delta \varepsilon / 2 = \Delta \sigma / 2 E + \Delta \varepsilon_p / 2 \quad (4.7)$$

Sabendo-se que (25):

$$\Delta \sigma / 2 = K' (\Delta \varepsilon_p / 2)^{n'} \quad (4.8)$$

onde:

K' = coeficiente de resistência cíclica

n' = expoente de encruamento à deformação cíclica

ou também

$$\Delta \varepsilon_p / 2 = (\Delta \sigma / 2 K')^{1/n'} \quad (4.9)$$

Substituindo (4.9) na equação (4.7) obtém-se

$$\Delta \varepsilon / 2 = \Delta \sigma / 2 E + (\Delta \sigma / 2 K')^{1/n'} \quad (4.10)$$

A equação (4.10) relaciona a deformação cíclica com tensão e do módulo de elasticidade.

4.10 DEFORMAÇÃO TOTAL

Reescrevendo a equação (4.4) de uma outra maneira, chega-se à equação (4.11).

$$\Delta \varepsilon / 2 = (\Delta \varepsilon_e / 2) + (\Delta \varepsilon_p / 2) \quad (4.11)$$

Esta equação já representa a deformação total, só que chegar-se-á a uma nova equação, onde a deformação real total relaciona-se com reversões para falha em termos das propriedades de fadiga.

Uma equação relacionado deformação plástica real e "vida" pode ser escrita como:

$$\Delta \epsilon_p / 2 = \epsilon_f' (2N_f)^c \quad (4.12)$$

onde:

ϵ_f' = coeficiente de ductilidade à fadiga

c = expoente de ductilidade à fadiga

$2N_f$ = número de reversões para falha

A relação entre deformação elástica e "vida" é apresentada na equação (4.13)

$$\Delta \epsilon_e / 2 = (\sigma_f' / E) (2N_f)^b \quad (4.13)$$

onde:

σ_f' = coeficiente de resistência à fadiga

b = expoente de resistência à fadiga

Assim, substituindo as equações (4.12) e (4.13) na equação (4.11), obtém-se

$$\Delta \epsilon / 2 = (\sigma_f' / E) (2N_f)^b + \epsilon_f' (2N_f)^c \quad (4.14)$$

que é a equação mencionada acima, que relaciona a deformação total com o número de reversões para falha. Deve-se no entanto ressaltar que estas propriedades e relações são para corpos de prova, e portanto deve-se aplicar os fatores de efeito de tamanho e acabamento superficial.

4.11 - CONCLUSÃO

Neste capítulo define-se o conceito de fadiga. Demonstrou-se o cálculo do dano acumulado, e fatores que reduzem a resistência à fadiga. Foi apresentada uma análise da fadiga baseada

em deformações e também uma técnica para quantificar a perda de vida (método Rain-Flow).

C A P Í T U L O V

COMPARAÇÃO ENTRE O SISTEMA FÍSICO E O SISTEMA MODAL

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos dos casos simulados no estudo, utilizando uma formulação física e outra modal.

Tomou-se como exemplo um gerador síncrono , utilizando o modelo simples com cinco massas discretas, representando a turbina de alta pressão, as duas turbinas de baixa pressão, o gerador e a excitatriz.

Simulou-se algumas perturbações no sistema eletromecânico e foi calculado a perda de vida no eixo do turboalternador.

5.2 O SISTEMA ELÉTRICO PARA A SIMULAÇÃO

O sistema elétrico é basicamente o mesmo utilizado em vários trabalhos anteriores [25]. Ele consiste de duas linhas de transmissão caracterizadas pela sua resistência de linha (R_{LT}) e suas reatâncias (X_{LT}) ligados a uma barra infinita (V_{∞}). O transformador é representado pela sua resistência (R_{TRAFO}) e reatância (X_{TRAFO}). As faltas são sempre do tipo trifásico e acontecem no mesmo ponto (A) com a abertura simultânea dos disjuntores Dj1 e Dj2.

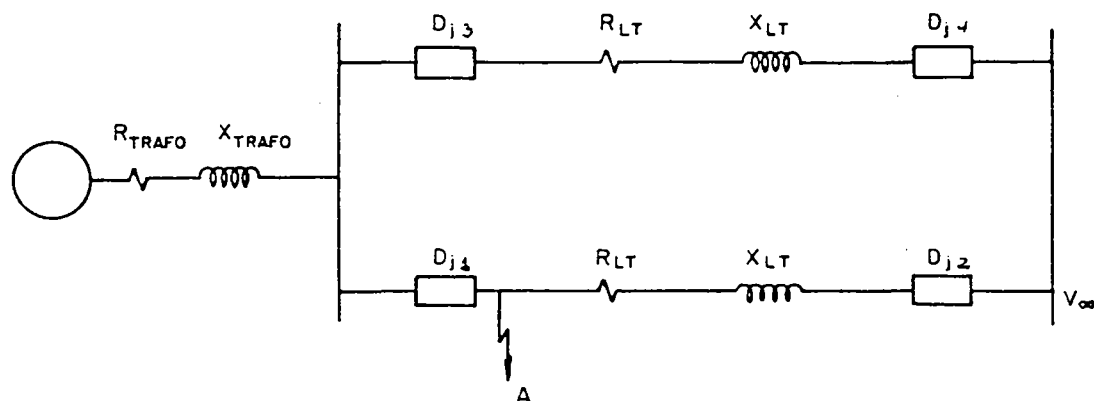


Figura 5.1 - Sistema elétrico para a simulação.

5.3 - DADOS DE ENTRADA

Os parâmetros do gerador síncrono utilizado para a representação da máquina são mostrados na Tabela 1.

-	Número de Geradores	1
S	Potência Nominal	760 MVA
V	Tensão Nominal	19 kV
Ra	Resistência DC da Armadura	0.0025 p.u.
X1	Resistência de dispersão (não saturada)	0.266 p.u.
Xd	Reatância Síncrona de Eixo direto	1.72 p.u.
X'd	Reat. transitória de eixo direto (não saturada)	0.49 p.u.
X''d	Reat. subtransit. do eixo direto (não saturada)	0.34 p.u.
T'do	Constante de tempo transitória de circuito aberto para o eixo direto	5.62 SEG.
T''do	Constante de tempo subtransitória de circuito aberto para o eixo direto	0.06 SEG.
Xo	Reatância síncrona do eixo em quadratura	1.68 p.u.
X'q	Reatância transitória do eixo em quadratura (não saturada)	0.65 p.u.

X"q	Reatância subtransitória do eixo em quadratura (não saturada)	0.34 p.u.
T'qo	Constante de tempo transitória de circuito aberto para o eixo de quadratura	0.63 SEG.
T"qo	Constante de tempo subtransitória de circuito aberto para o eixo em quadratura	0.06 SEG.
Xo	Reatância de sequência zero (não saturada)	0.194 p.u.
Rn	Resistência de neutro	33.16 p.u.
N	Velocidade síncrona	3600 RPM

Tabela 1 - Parâmetros do gerador síncrono

(Dados em p.u. na base: 760 MVA e 19 KV)

MASSA	EIXO	COEFICIENTE DE INÉRCIA J ft-lb-s ²	COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO D ft-lb-seg/rad	CONSTANTE ELÁSTICA K ft-lb/rad 10 ⁸
HP		5495.08	2171.17	
	HP-LP1		75.0	0.3525
LP1		46489.58	2553.33	
	LP1-LP2		375.75	1.1940
LP2		46895.33	2553.33	
	LP2-GEN		583.33	1.6975
GEN		22147.25	0.0	
	GEN-EXC		166.67	1.5580
EXC		814.00	1733.33	

Tabela 2 - Dados Torcionais do Eixo do Turbogenerador

A Tabela 2 mostra os dados do sistema torcional, fornecidos pelo fabricante. Ela fornece os coeficientes de inércia e de amortecimento assim como a constante elástica.

Com os valores dos coeficientes de inércia (J), obtém-se a energia cinética da corpo girante, (W_k) e a constante de inércia (H), através das expressões (3.42) e (3.43) respectivamente. Estes valores são mostrados na Tabela 3.

MASSA	W_k (MJ)	H (s)
HP	529.64	0.6969
LP1	4480.30	5.8958
LP2	4519.90	5.9472
GEN	2134.60	2.8087
EXC	78.46	0.1032

Tabela 3 - Valores de energia cinética (W_k) e constante de inércia (H)

A Tabela 4 fornece a porcentagem de contribuição do torque total de cada turbina.

MASSA	%
HP	30
LP1	35
LP2	35
GEN	-
EXC	-

Tabela 4 - Distribuição Percentual de Torque por turbina

5.4 - SISTEMA DE TRANSMISSÃO

O sistema de transmissão foi mostrado na figura 5.1 e os valores dos seus parâmetros são:

$$\begin{aligned} R_{LT} &= 0,01 \text{ pu} & R_{\text{TRAFO}} &= 0,004 \text{ pu} \\ X_{LT} &= 0,25 \text{ pu} & X_{\text{TRAFO}} &= 0,140 \text{ pu} \end{aligned}$$

5.5 - NORMALIZAÇÃO DA CONSTANTE ELÁSTICA

O valor da constante elástica base é dado por:

$$K_b = 2.65405 \times 10^6 \frac{\text{MVAb}}{N} \quad \text{lbf-ft} \quad (5.1)$$

onde:

MVAb = potência trifásica base = 760 MVA

N = rotação síncrona = 3600 RPM

então

$$K_b = 2.65405 \times 10^6 \frac{760}{3600} \quad \text{lbf-ft} \quad (5.2)$$

$$K_b = 5.603 \times 10^5 \quad \text{lbf-ft}$$

Os valores das constantes elásticas em p.u. torque/rad são dadas por

$$K_{pu} \text{ torque/rad} = K/K_b \quad \text{p.u. torque/rad} \quad (5.3)$$

onde:

K = valores da coluna cinco da tabela 2

Os valores em p.u. das constantes elásticas, e os valores da matriz (H) definida na expressão (3.11) são dados na Tabela 5.

MASSA	EIXO	2Hi	Kpu torque/rad
HP		1.3938	
	HP-LP1		152.1506
LP1		11.7916	
	LP1-LP2		213.100
LP2		11.8944	
	LP2-GEN		302.963
GEN		5.6174	
	GEN-EXC		278.065
EXC		0.2064	

Tabela 5 - Valores dos coeficientes da matriz de inércia [H] e os constantes elásticos K pu/torque/rad.

5.6 - OBTENÇÃO DA MATRIZ [Q]

As colunas da matriz [Q] são formadas pelos autovetores obtidos da matriz $[H]^{-1}[K]$ onde as matrizes [H] e [K] são definidos nas expressões (3.11) e (3.6) respectivamente.

A matriz $[H]^{-1}[K]$ é dada por:

$$[H]^{-1}[K] = \begin{bmatrix} 109.1676 & -109.1676 & & & \\ -12.9038 & 30.9767 & -18.0728 & & \\ & -17.9151 & 43.3850 & -25.4698 & \\ & & -53.9330 & 103.4350 & -49.5020 \\ & & & -1347.2492 & 1347.2492 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Cada autovetor define uma forma de modo de oscilação. Os autovetores da expressão (5.4) são dados por (5.5)

MODO 0	MODO 1	MODO 2	MODO 3	MODO 4	
0.552994	0.771692	0.401308	-0.988429	0.0000125	
0.552992	0.595669	0.086959	0.143369	-0.0001475	
0.553015	-0.350880	-0.549019	-0.040393	0.011129	(5.5)
0.553020	-0.673629	0.846997	0.028601	-0.590879	
0.553021	-0.686343	0.904535	0.031533	15.4183	

Os autovetores (formas de modo) podem ser normalizados de qualquer maneira arbitrária, para a formação da matriz $[Q]$. Existem duas maneiras mais utilizadas para realizar esta normalização. Um método designa o valor da unidade para o maior elemento de cada coluna, enquanto que o outro método designa o valor unitário para a posição da massa do gerador.

Assim tem-se, normalizando a matriz $[Q]$ para o maior elemento de cada coluna, a expressão (5.6)

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.4437 & 1 & 8.1143 \times 10^{-7} \\ 1 & 0.7719 & 0.0961 & -0.1450 & -9.5634 \times 10^{-6} \\ 1 & -0.4547 & -0.6070 & 0.0409 & 7.2181 \times 10^{-4} \\ 1 & -0.8729 & 0.9364 & -0.0289 & -3.8323 \times 10^{-2} \\ 1 & -0.8894 & 1 & -0.0319 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Por outro lado, normalizando a matriz $[Q]$, pela posição da massa do gerador, tem-se:

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & -1.1456 & 0.4738 & -34.5589 & -2.1173 \times 10^{-5} \\ 1 & -0.8843 & 0.1027 & 5.0127 & 2.4955 \times 10^{-4} \\ 1 & 0.5209 & -0.6482 & -1.4123 & -1.8835 \times 10^{-2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

É importante adotar-se um dos métodos descritos acima para o cálculo da matriz $[Q]$, já que ele define o cálculo das matrizes $[H_m]$, $[K_m]$ e $[D_m]$.

Neste trabalho adotou-se a expressão (5.7) para a realização de todos os cálculos.

5.7 - OBTENÇÃO DAS FREQUÊNCIAS MODAIS

A partir dos autovalores da equação (5.4), obtém-se as frequências modais do sistema.

Assim os autovalores calculados são:

$$\begin{aligned}\lambda_{m_0} &= 0,0 \\ \lambda_{m_1} &= 24,905 \\ \lambda_{m_2} &= 85,5265 \\ \lambda_{m_3} &= 125,001 \\ \lambda_{m_4} &= 1398,78\end{aligned}\tag{5.8}$$

Sabendo-se os autovalores podem ser definidos por (5.9)

$$\lambda_{m_i} = \omega_{m_i}^2 / \omega_B\tag{5.9}$$

onde:

ω_B = velocidade mecânica base dada por:

$$\omega_B = 2\pi N / 60$$

como $N = 3600$ RPM, tem-se

$$\omega_B = 377,0 \text{ rad/s}$$

Assim o cálculo das velocidades modais é dado por:

$$\omega_{m_i} = \sqrt{\lambda_{m_i} \cdot \omega_B}\tag{5.10}$$

Aplicando (5.10) em (5.8) obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \omega_{m_0} &= 0,0 \\
 \omega_{m_1} &= 96,8978 \\
 \omega_{m_2} &= 179,5647 \\
 \omega_{m_3} &= 217,0838 \\
 \omega_{m_4} &= 726,1818
 \end{aligned}
 \tag{5.11}$$

A frequência modal obtém-se de (5.12)

$$f_{m_i} = \omega_{m_i} / 2\pi \tag{5.12}$$

Assim aplicando (5.11) em (5.12), tem-se:

$$\begin{aligned}
 f_{m_0} &= 0,0 \quad \text{Hz} \quad (\text{modo } 0) \\
 f_{m_1} &= 15,4218 \quad \text{Hz} \quad (\text{modo } 1) \\
 f_{m_2} &= 28,5786 \quad \text{Hz} \quad (\text{modo } 2) \\
 f_{m_3} &= 34,550 \quad \text{Hz} \quad (\text{modo } 3) \\
 f_{m_4} &= 115,5754 \quad \text{Hz} \quad (\text{modo } 4)
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

5.8 - CÁLCULO DA MATRIZ [Hm]

A matriz de inércia modal [Hm] é definida por (3.23)

$$[Hm] = [Q]^T [H] [Q]$$

onde:

[Q] matriz modal definida em (5.7)

Assim obtém-se

$$[Hm] = \begin{bmatrix} 15.4518 & & & & \\ & 10.0545 & & & \\ & & 5.6422 & & \\ & & & 993.2235 & \\ & & & & 73.371 \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

As inércias modais são mostradas na Tabela 6.

-----	-----	-----	-----	-----	-----
MODO	0	1	2	3	4
-----	-----	-----	-----	-----	-----
Hm1	15.452	10.055	5.642	993.224	73.371
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Tabela 6 - Inércias modais

5.9 - CÁLCULO DA MATRIZ [Km]

A matriz de rigidez modal é definida em (3.24)

$$[K_m] = [Q]^T [K] [Q]$$

onde a matriz modal [Q] também é definida por (5.7)

Assim obtém-se:

$$[K_m] = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 500.816 & & & \\ & & 965.1239 & & \\ & & & 248309.90 & \\ & & & & 205255.99 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

O valor da constante elástica (rigidez) de cada modo está mostrado na Tabela 7

MODO	0	1	2	3	4
Kmi	0	500.816	965.1239	248309.90	205255.99

Tabela 7 - Constantes elásticas (rigidez).

- VALORES DOS FATORES DE DECREMENTO

MODO	1	2	3	4
σ_n	0.07711	0.07716	0.28677	1.6758

Tabela 8 - Fatores de decremento de cada modo torcional.

5.10 - CÁLCULO DA MATRIZ [Dm]

A matriz modal [Q], utilizada aqui para o cálculo dos amortecimentos Dmi's, é

[Q] =

1	-1.1456	0.4738	-34.5589	-2.1173×10^{-5}
1	-0.8843	0.1027	5.0127	2.4955×10^{-4}
1	0.5209	-0.6482	- 1.4123	-1.8835×10^{-2}
1	1	1	1	1
1	1.0189	1.0679	1.1023	-26.0938

A matriz $[D_m]$ é calculada através da equação 5.16.

$$[D_m] = [Q]^T [D] [Q] \quad (5.16)$$

5.10.1 - CÁLCULO DA MATRIZ $[D]$

Primeiramente devem-se transformar os valores da quarta coluna da Tabela 2 para valores em p.u..

O valor base é dado por:

$$D_b = 67.2 \times 10^6 \quad \text{MVA} \cdot \text{b/N} \quad (5.17)$$

como:

$$MVA_b = 760 \quad \text{MVA}$$

$$N = 3600 \quad \text{RPM}$$

tem-se:

$$D_b = 15762.96 \quad \text{lbf-ft-s/rad} \quad (5.18)$$

Aplicando (5.18) à tabela 2 para a transformação dos D_{ij} em p.u. obtém-se:

$$[D] = \begin{bmatrix} 0.5510 & -0.0190 & & & \\ -0.0190 & 0.7623 & -0.0954 & & \\ & -0.0954 & 0.8913 & -0.1480 & \\ & & -0.1480 & 0.1903 & -0.0423 \\ & & & -0.0423 & 0.4821 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Aplicando-se (5.16) em (5.19) e desprezando os valores fora da diagonal de (5.20) obtém-se os amortecimentos modais, dados na tabela 10

$$[D_m] = \begin{bmatrix} 2.2676 & & & & \\ & 2.0608 & & & \\ & & 1.3584 & & \\ & & & 686.5324 & \\ & & & & 332.06 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

MODO	1	2	3	4
Dmi	2.06082	1.35844	686.5324	332.060

Tabela 10 - Amortecimentos modais calculados através de (5.16)

5.11 - RESULTADOS OBTIDOS

Foram simulados uma série de eventos no sistema eletro-mecânico. Estes eventos são do seguinte tipo: curto-circuito em uma linha, com a sua conseqüente retirada com ou sem sucesso no religamento. Caso ele for do tipo sem sucesso, a linha será novamente retirada.

Para as mesmas seqüências, simulizou-se três diferentes modelos: Sistema Físico (SF) [25] e Sistema Modal (SM).

Na Tabela 11, apresenta-se a perda de vida das secções do eixo devido a religamentos com sucesso para o sistema físico, para várias seqüências de religamento. Verificou-se que houve perda de vida para todos os casos. A maior perda de vida verificou-se para a seqüência 3.5-55 ciclos, enquanto que para a seqüência 4-53 ciclos foi o único caso que não apresentou perda de vida na secção

LP1-LP2 do eixo, em todos os outros casos, houve perda de vida tanto na secção LP1-LP2 como na secção LP2-GER do eixo.

Na Tabela 12, apresentam-se os valores de perda de vida devido a religamentos com sucesso para o sistema modal. Verifica-se aqui que os valores são muito próximos aos da Tabela 11, inclusive a maior perda de vida aconteceu também na sequência 3.5-55 ciclos. Não houve também aparecimento de perda de vida na secção LP1-LP2 para a sequência de religamento 4-53 ciclos.

SEQUÊNCIA	SECÇÕES DO EIXO			
(CICLOS)	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER	GER-EXC
2-54.5	-	9.46196	3.73304	-
2.5-53	-	9.13602	9.34659	-
2.5-54	-	9.87133	4.71870	-
3-53	-	4.20799	21.2621	-
3-54	-	6.76432	14.7482	-
3.5-48	-	2.0511	22.8877	-
3.5-53	-	2.90511	23.5791	-
3.5-54	-	4.19963	21.6976	-
3.5-55	-	4.19411	23.6052	-
4-53	-	-	0.1974	-

Tabela 11 - Perda de vida das secções do eixo devido a religamento com sucesso (%) - SISTEMA FÍSICO

SEQUÊNCIA	SECÇÕES DO EIXO			
(CICLOS)	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER	GER-EXC
2-54.5	-	9.5153	4.31399	-
2.5-53	-	9.1739	9.17332	-
2.5-54	-	9.9145	6.39504	-
3-53	-	4.79945	21.314	-
3-54	-	7.60833	15.1170	-
3.5-48	-	2.47475	22.7004	-
3.5-53	-	3.23755	23.2252	-
3.5-54	-	5.18926	21.8895	-
3.5-55	-	6.22381	23.8750	-
4-53	-	-	-	-

Tabela 12 - Perda de vida das secções do eixo devido a religamento com sucesso (%) - SISTEMA MODAL

A Tabela 13 apresenta os valores de perda de vida das secções do eixo devido a religamentos sem sucesso para o sistema físico. Nas sequências 1.5-53-1.5; 3.5-53-3.5 e 3.5-55-3.5 aconteceu o rompimento da secção LP2-GER do eixo. Não se verificou nenhuma perda de vida na secção GER-EXC do eixo. A menor perda de vida na secção LP2-GER verificada foi na sequência de religamento automático 4-53-4 e foi de 12.6%

Na Tabela 14 apresentam-se a perda de vida das secções do eixo devido a religamentos sem sucesso para o sistema modal. Aqui também rompeu a secção LP2-GER do eixo para as mesmas sequências de religamento (1.5-53-1.5; 3.5-53-3.5 e 3.5-55-3.5). Também nesta tabela pode-se verificar que não houve perda de vida na secção GER-EXC do eixo. A menor perda de vida na secção LP2-GER também aconteceu na sequência 4.53-4 (12.7%).

SEQUÊNCIA	SECÇÃO DO EIXO			
(CICLOS)	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER	GER-EXC
1.5-53-1.5	7.35646	24.6154	ROMPEU	-
2.5-60-2.5	-	3.0828	16.1757	-
3-53-3	-	2.70284	19.8978	-
3-53-3.5	-	2.28696	30.6093	-
3-54-3	1.22859	9.03151	36.8927	-
3-55-2.5	0.818352	10.9621	13.9936	-
3.5-53-3.5	-	7.6580	ROMPEU	-
3.5-54-3.5	-	7.71234	15.3910	-
3.5-55-3.5	5.49004	9.95031	ROMPEU	-
4-53-4	-	-	12.5998	-

Tabela 13 - Perda de vida das secções do eixo devido a religamento sem sucesso (%) - SISTEMA FÍSICO

SEQUÊNCIA	SECÇÃO DO EIXO			
(CILCOS)	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER	GER-EXC
1.5-53-1.5	6.8734	23.1663	ROMPEU	-
2.5-60-2.5	-	3.07512	15.7511	-
3-53-3	-	3.36723	19.6492	-
3-53-3.5	-	2.52581	29.6498	-
3-54-3	0.82096	9.20456	36.6426	-
3-55-2.5	0.60509	10.8275	14.0417	-
3.5-53-3.5	-	6.32373	ROMPEU	-
3.5-54-3.5	-	7.48803	17.0405	-
3.5-55-3.5	4.78576	10.5189	ROMPEU	-
4-53-4	-	-	12.6768	-

Tabela 14 - Perda de vida das secções do eixo devido a religamento sem sucesso (%) - SISTEMA MODAL

Nas Tabelas 15 e 16, apresentam-se as diferenças percentuais entre o sistema físico e o sistema modal para todas as sequências anteriores com religamentos com (tabela 15) e sem sucesso (tabela 16). Percebe-se que a diferença dos resultados entre os dois sistemas é muito pequena. A maior diferença para o caso de religamento com sucesso aconteceu para a sequência 3.5-55 na seção LP1-LP2 do eixo e foi apenas de 2.03%. Já nos religamentos sem sucesso a maior diferença aconteceu para a sequência 1.5-53-1.5 para a seção LP2-GER e foi de apenas 1.45%.

SEQUÊNCIAS (CICLOS)	SECÇÕES DO EIXO	
	LP1-LP2	LP2-GER
2-54.5	0.053	0.576
2.5-53	0.038	0.1733
2.5-54	0.043	1.676
3-53	0.511	0.0519
3-54	0.844	0.369
3.5-48	0.424	0.187
3.5-53	0.432	0.354
3.5-54	0.990	0.192
3.5-55	2.030	0.270
4-53	-	0.197

Tabela 15 - Percentual de diferença entre o SM e o SF (com sucesso)

SEQUÊNCIA	SECÇÕES DO EIXO		
(CICLOS)	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER
1.5-53-1.5	0.483	1.449	-
2.5-60-2.5	-	0.008	0.425
3-53-3	-	0.664	0.249
3-53-3.5	-	0.239	0.959
3-54-3	0.408	0.173	0.250
3-55-2.5	0.213	0.135	0.048
3.5-53-3.5	-	1.334	-
3.5-54-3.5	-	0.224	1.649
3.5-55-3.5	0.704	0.569	-
4-53-4	-	0.077	-

Tabela 16 - Percentual de diferença entre o SM e o SF (sem sucesso)

5.11 - CURVAS OBTIDAS

Nesta secção são apresentadas as curvas de torque no eixo para alguns casos simulados.

A figura 5.1 apresenta o torque mecânico nas secções LP1-LP2 (a) e LP2-GER (b) do eixo para o sistema físico para uma sequência 2.5-54 que é um religamento com sucesso.

A figura 5.2 apresenta o mesmo torque, só que para o sistema modal.

As figuras 5.3 e 5.4 são referentes a uma sequência de religamento 3-54 ciclos e para as secções LP1-LP2 (a) e LP2-GER (b) do eixo.

A figura 5.3 representa o sistema físico, enquanto que a figura 5.4 é referente ao sistema modal.

As figuras 5.5 e 5.4 referem-se a uma sequência de religamento sem sucesso 3-55-2.5 ciclos, onde as figuras (a) referem-se à secção HP-LP1 do eixo, as figuras (b), à secção LP1-LP2 do eixo e as figuras (c) à secção LP2-GER do eixo.

A figura 5.5 representa o sistema físico e a figura 5.6 representa o sistema modal.

Nas figuras 5.7 e 5.8 apresentam-se o sistema físico e modal para uma sequência de religamento sem sucesso 3.5-53-3.5 ciclos. As figuras (a) representam o torque mecânico na secção LP1-LP2 do eixo, enquanto que as figuras (b) representam o torque mecânico na secção LP2-GER do eixo.

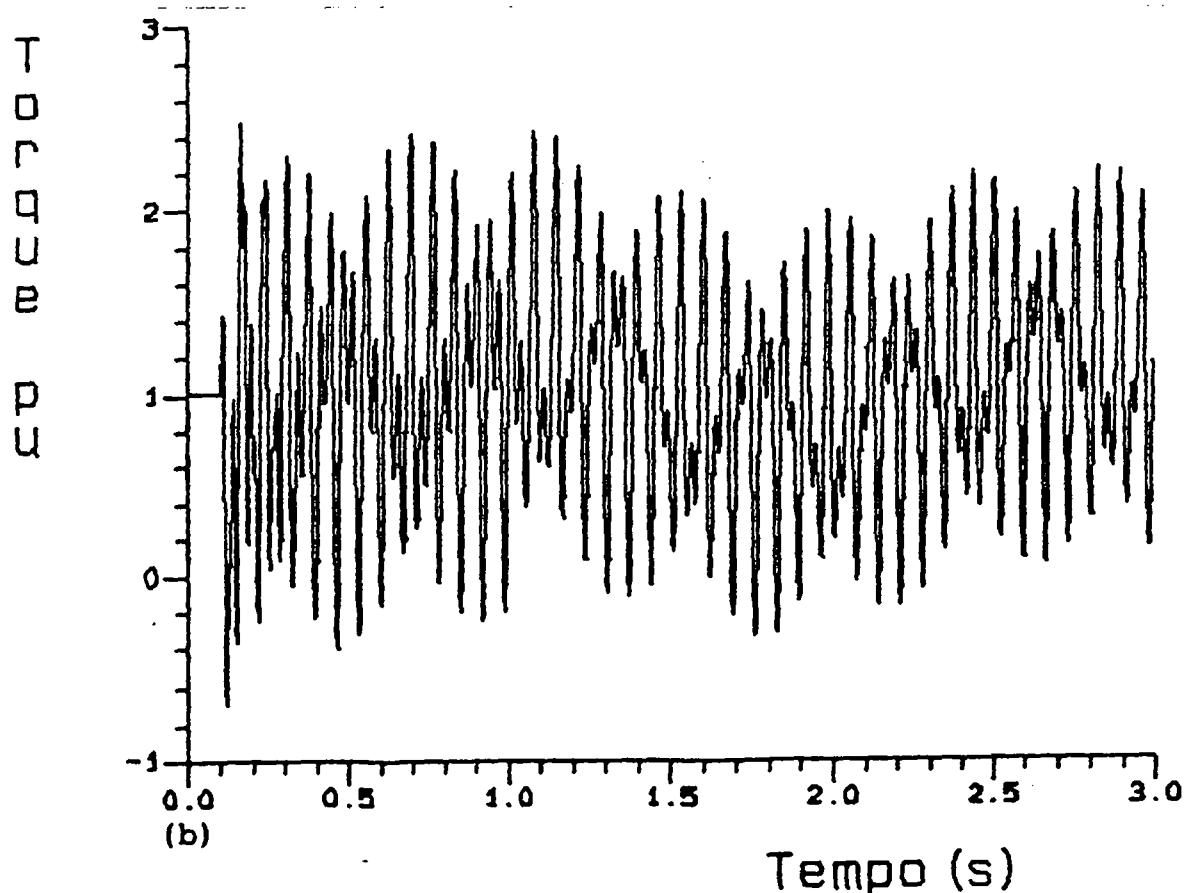
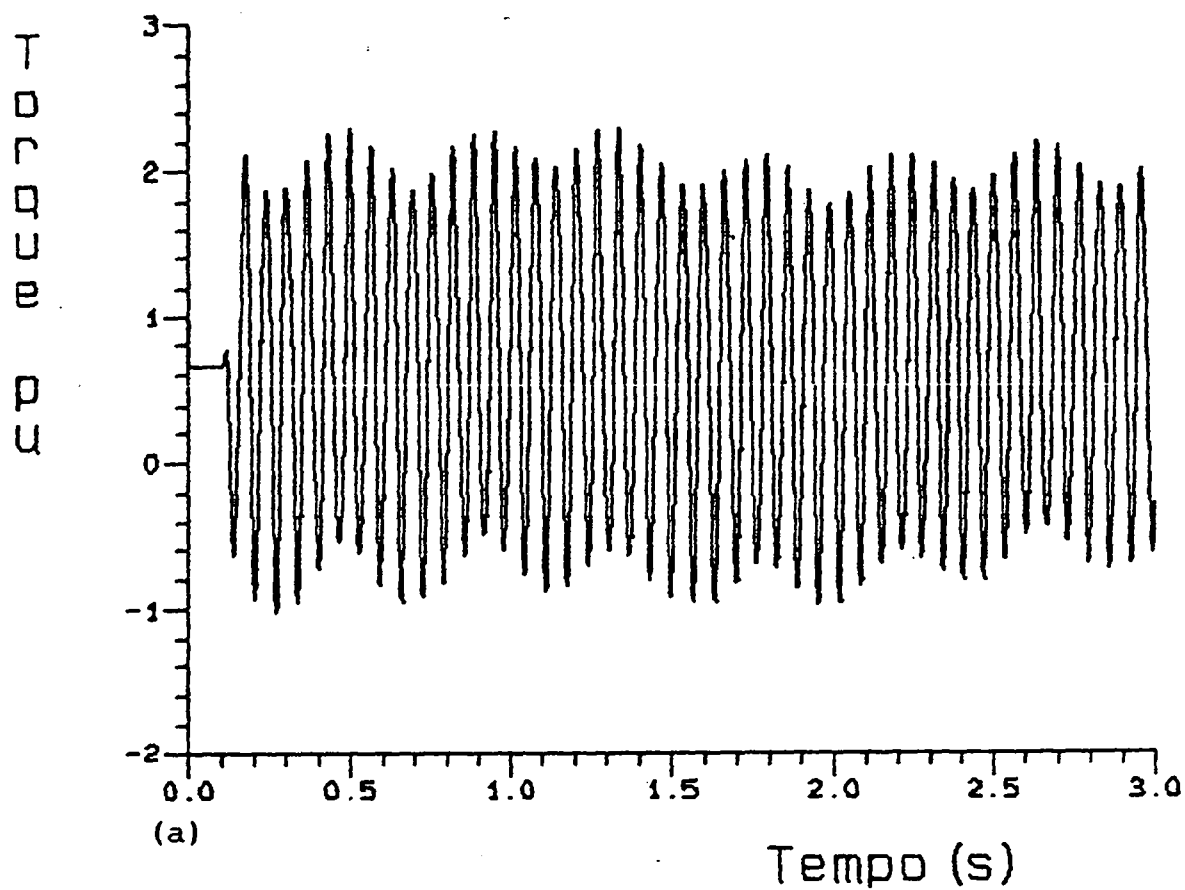


Figura 5.1 - Torque mecânico no eixo para uma sequência de religamento de 2.5-54 ciclos - SISTEMA FÍSICO

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

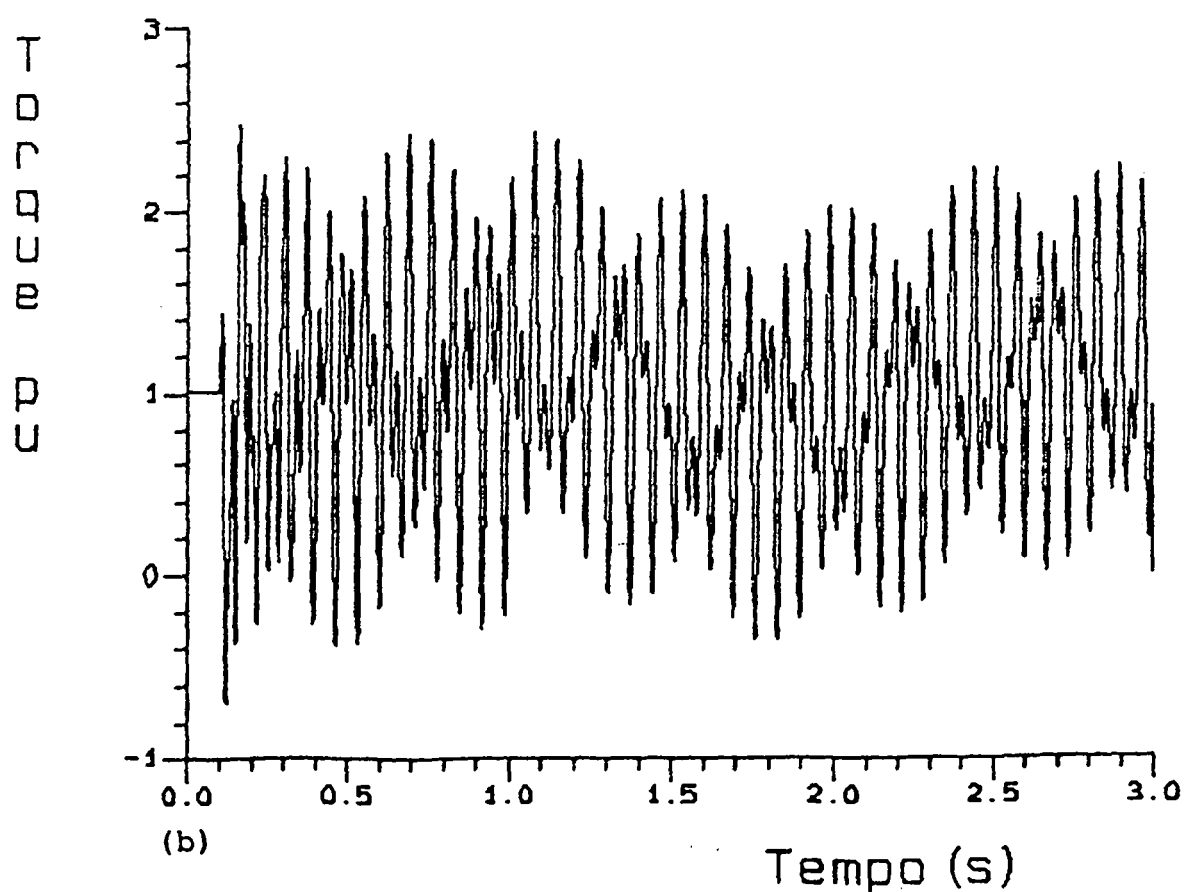
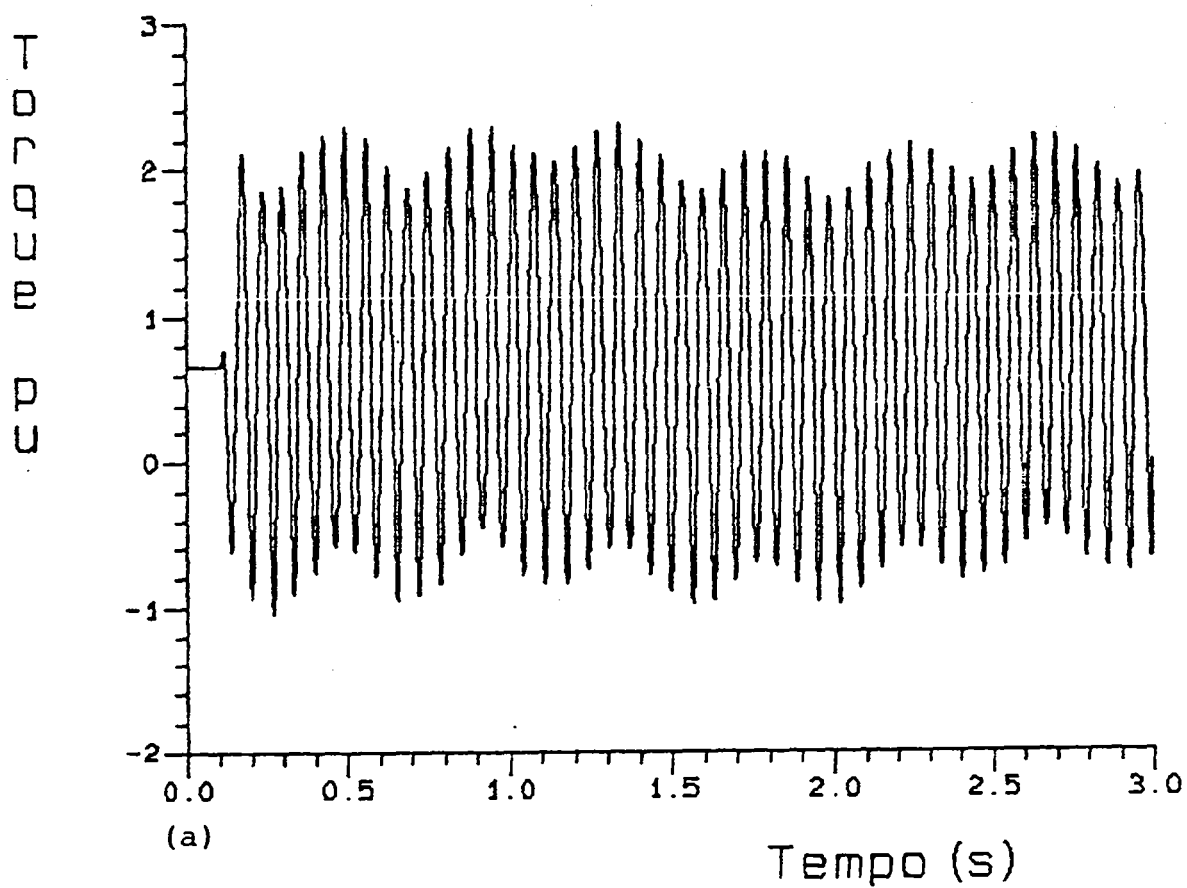


Figura 5.2 - Torque mecânico no eixo para uma sequência de religamento de 2.5-54 ciclos. - SISTEMA MODAL

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

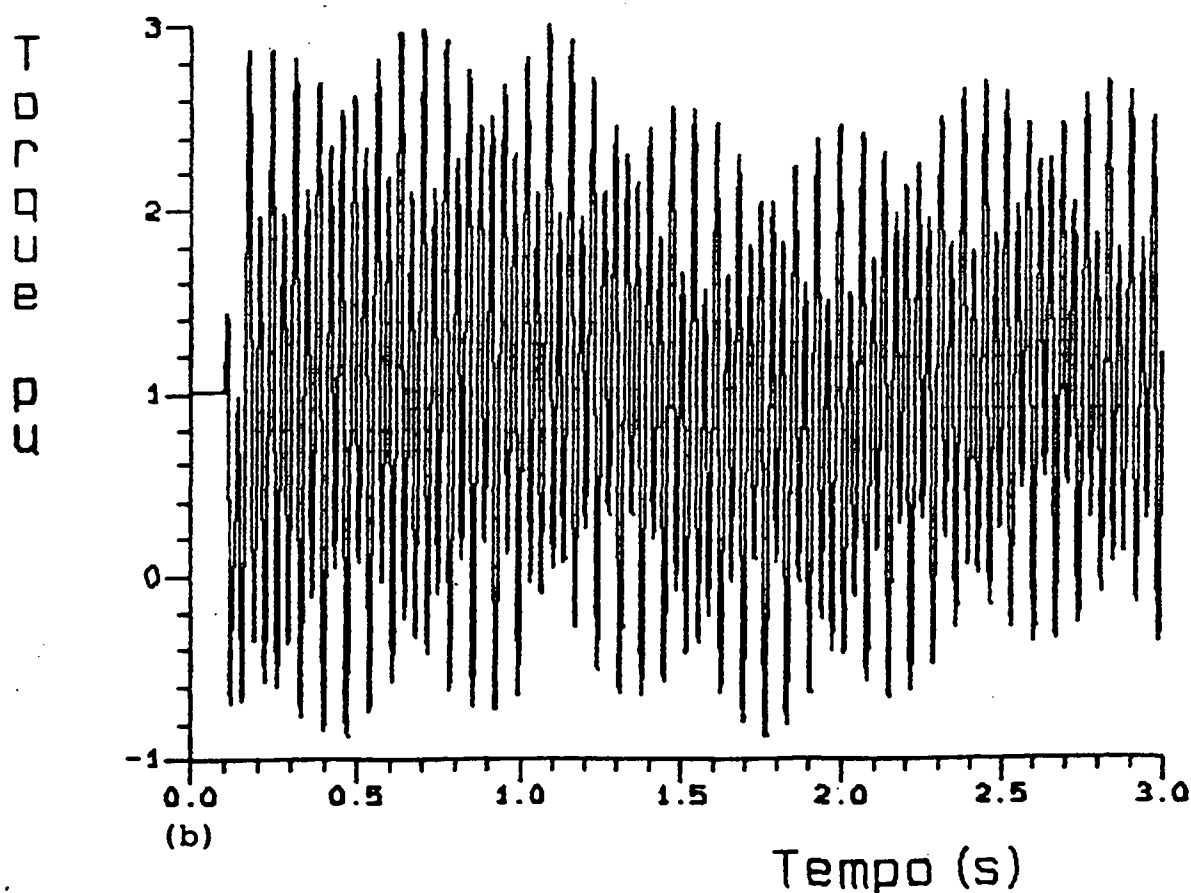
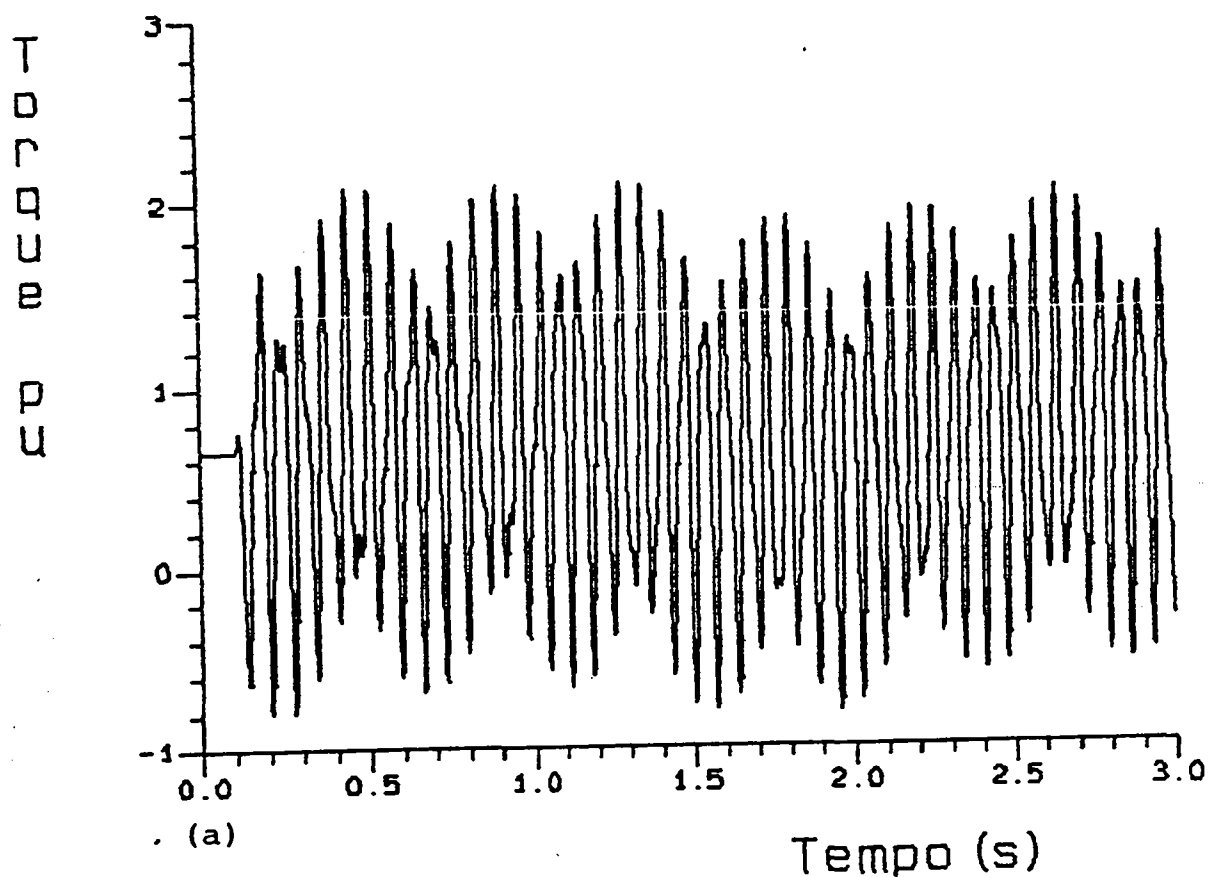


Figura 5.3 - Torque mecânico no eixo devido a religamento com sucesso (3.54 ciclos) - SISTEMA FÍSICO

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

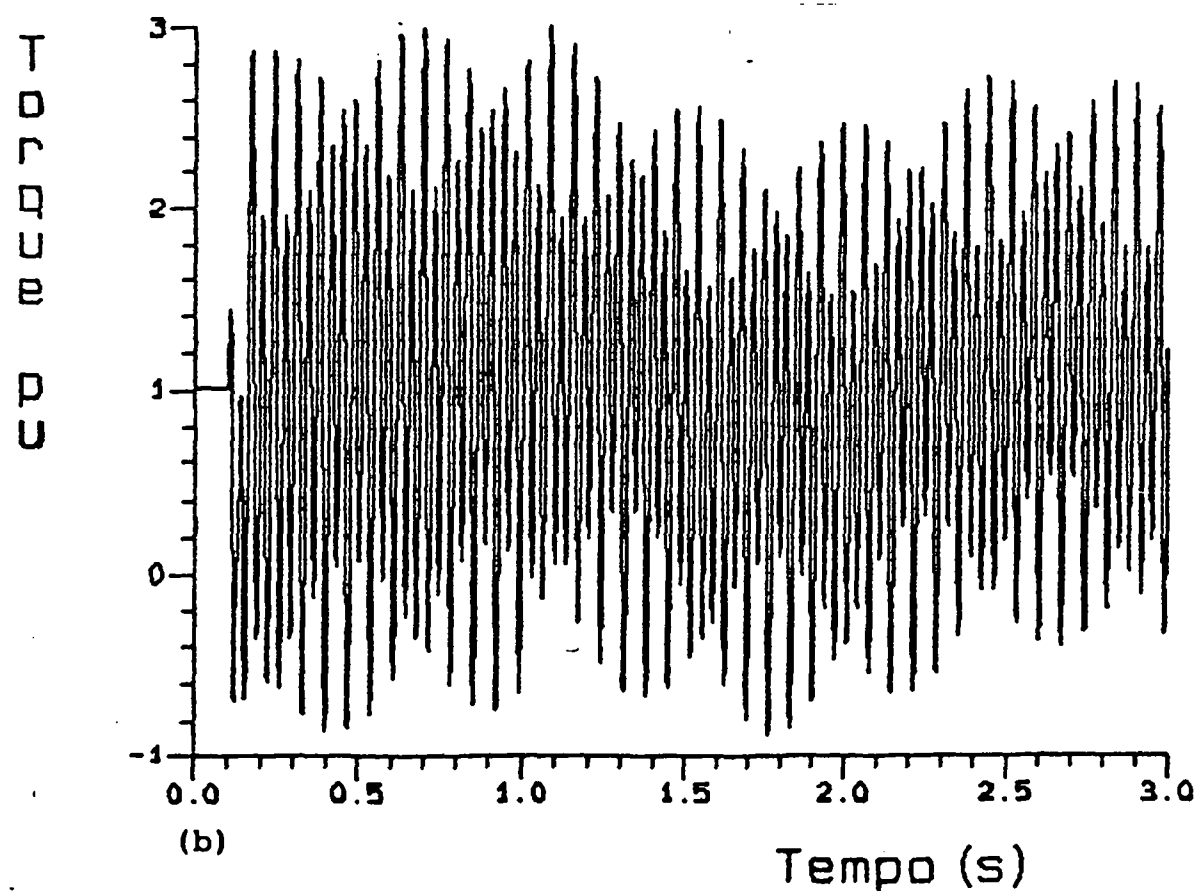
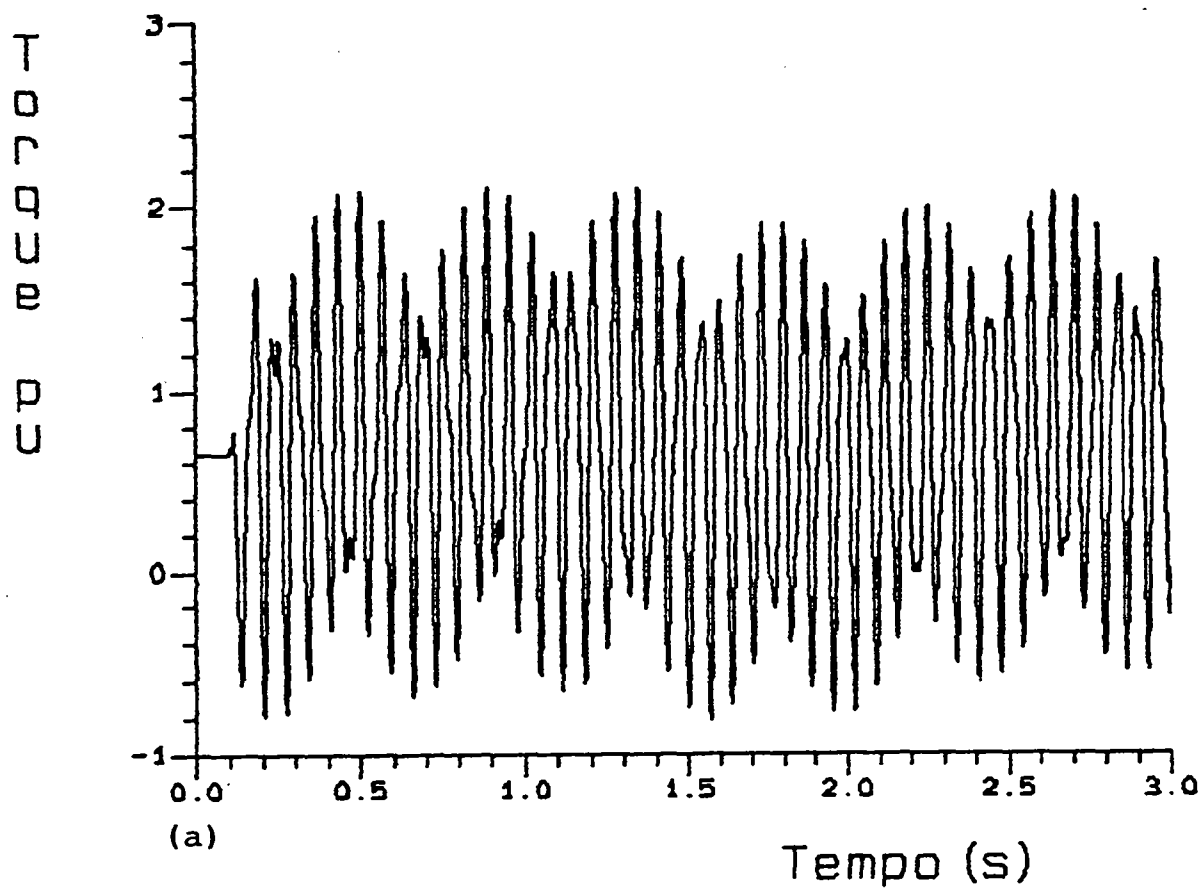
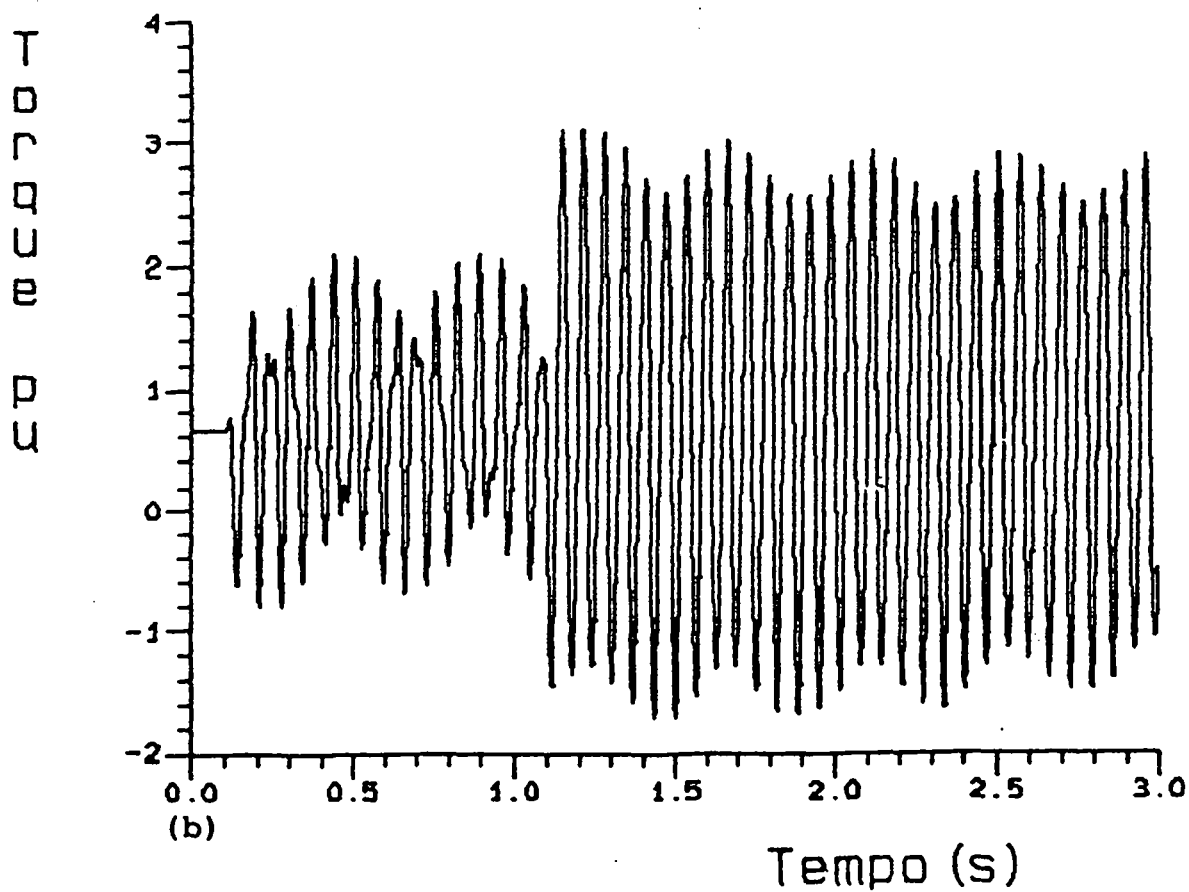
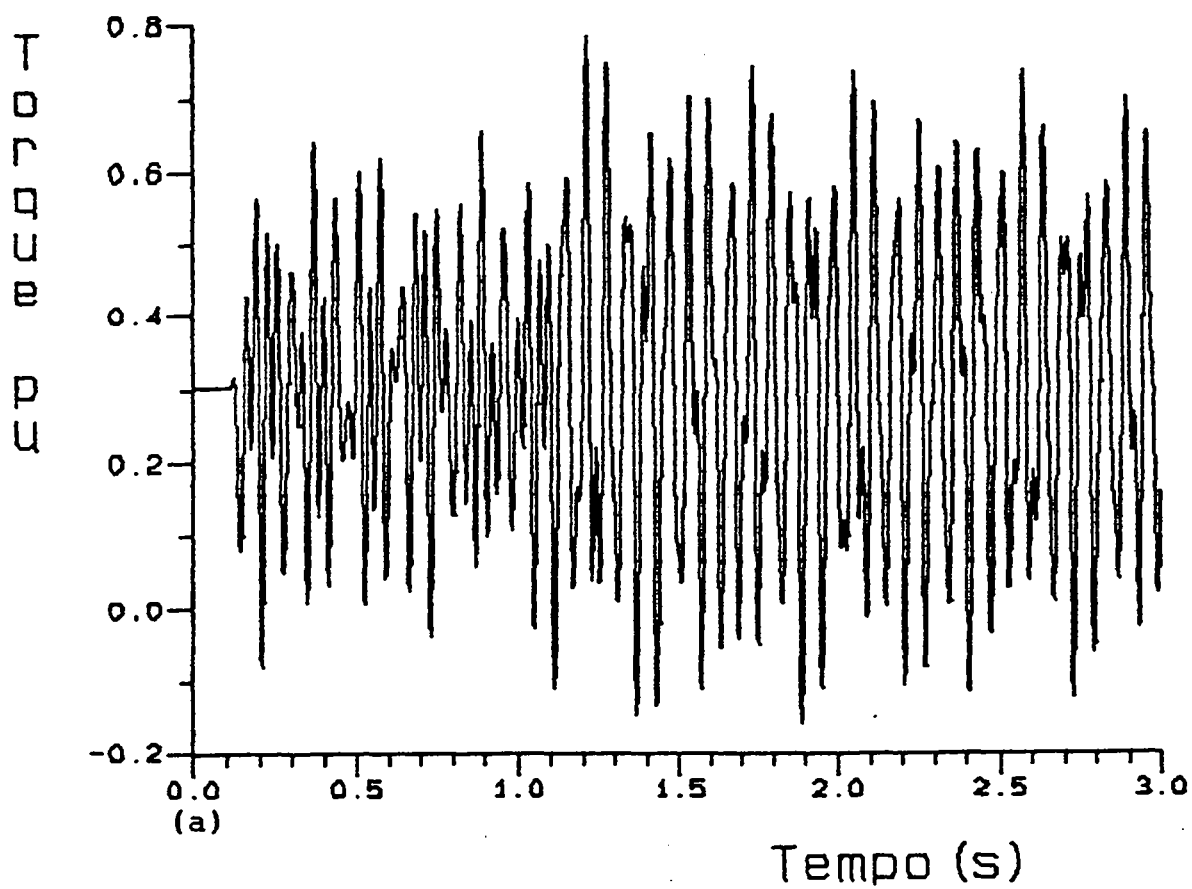


Figura 5.4 - Torque mecânico no eixo devido a religamento com sucesso (3-54 ciclos) - SISTEMA MODAL

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo



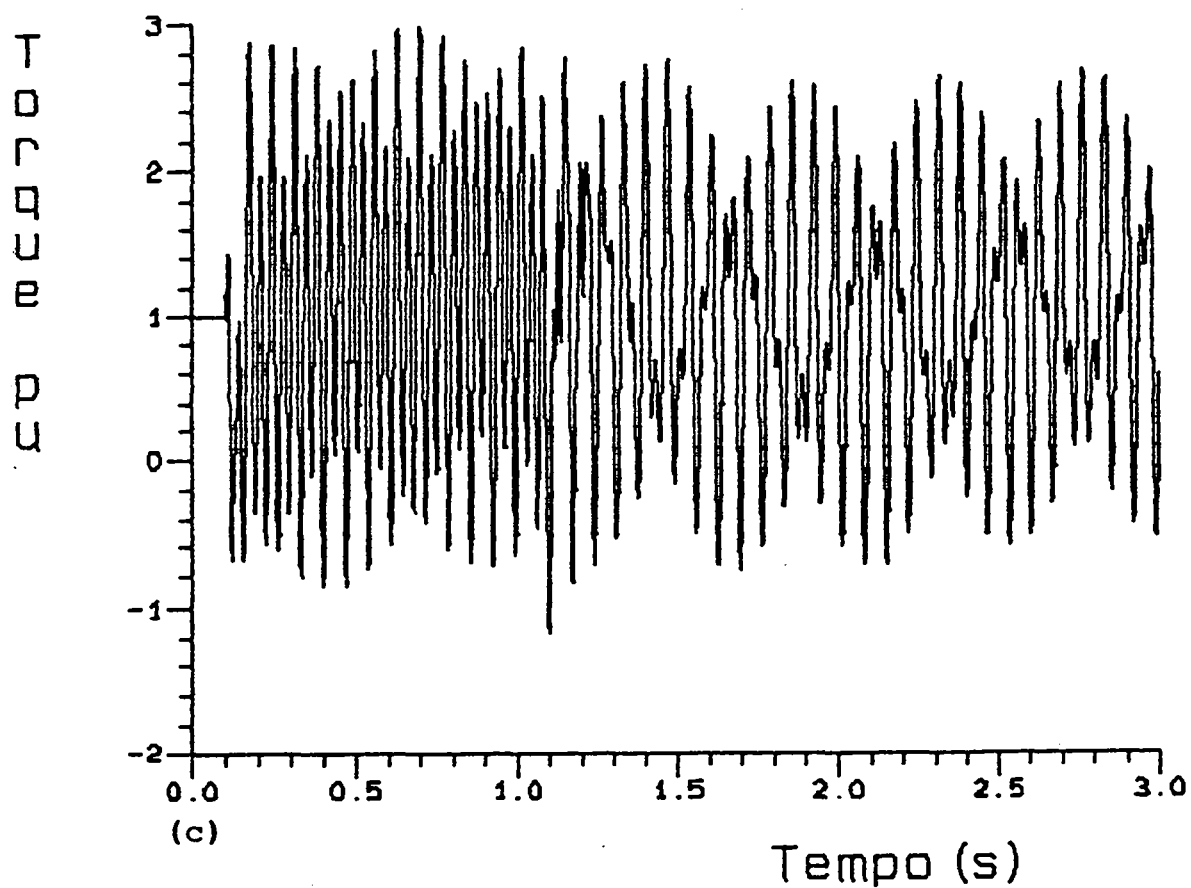
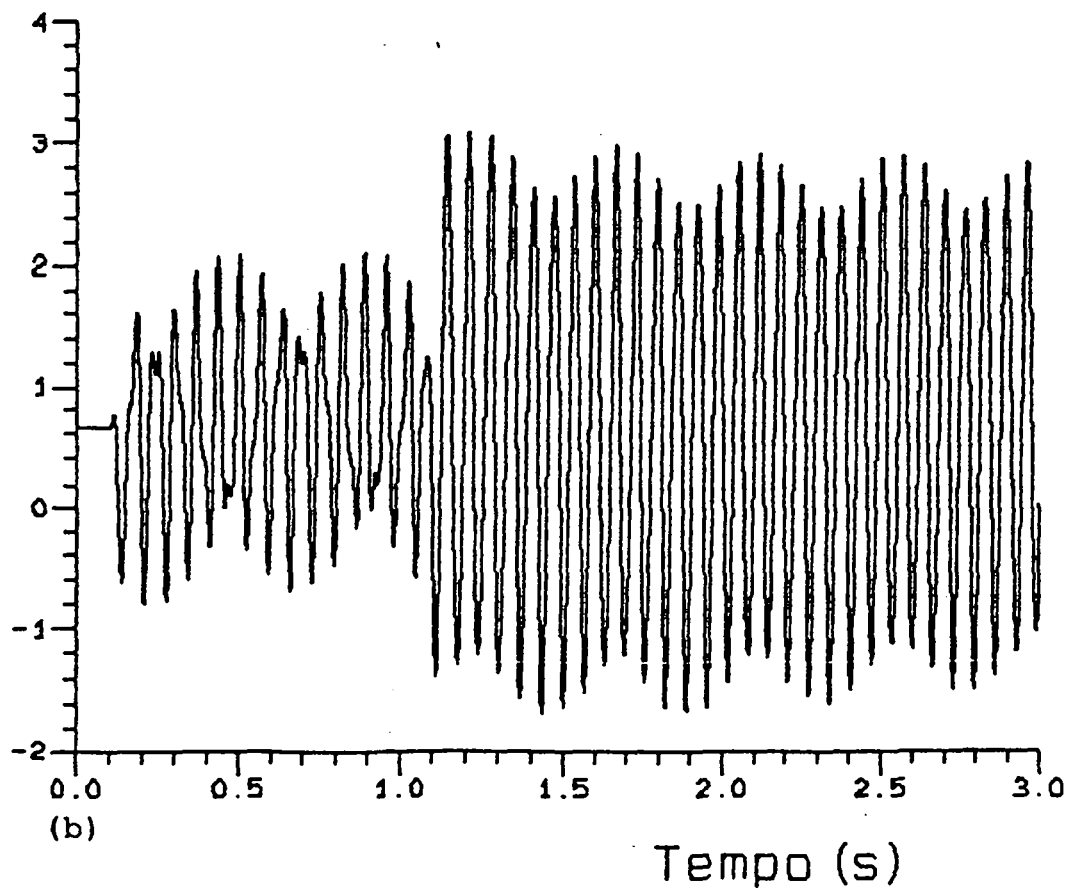
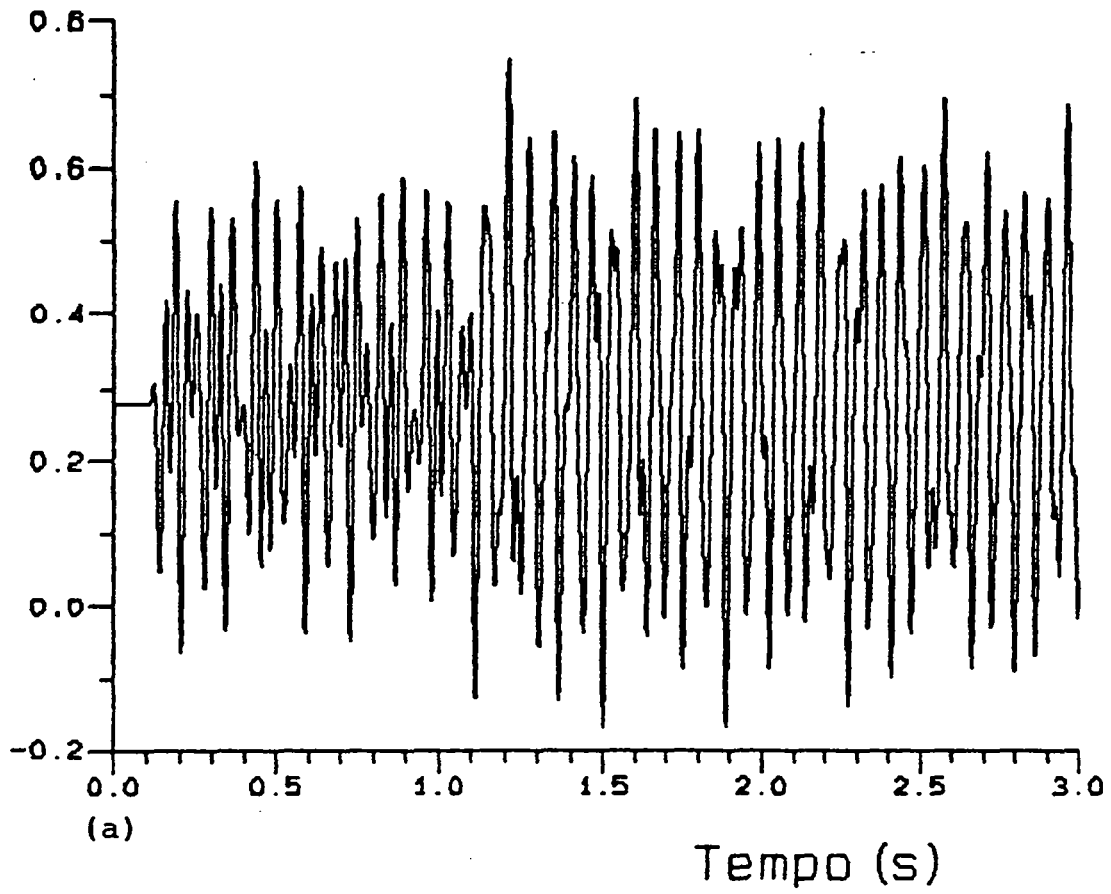


Figura 5.5 - Torque mecânico no eixo devido a religamento sem sucesso.(3-55-2.5) - SISTEMA FÍSICO

- a) Secção HP-LP1 do eixo
- b) Secção LP1-LP2 do eixo
- c) Secção LP2-GER do eixo



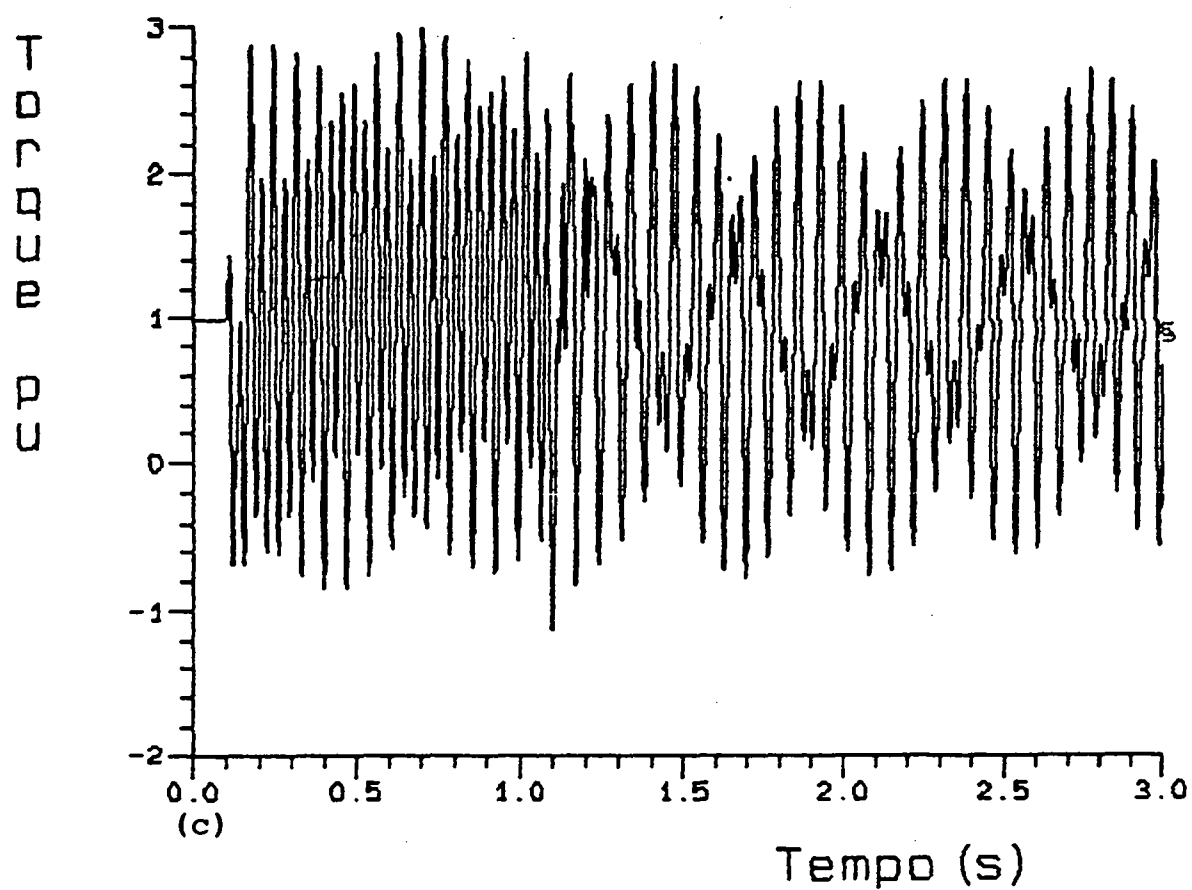


Figura 5.6 - Torque mecânico no eixo devido a religamento sem sucesso.(3-55-2.5) - SISTEMA MODAL

- a) Secção HP-LP1 do eixo
- b) Secção LP1-LP2 do eixo
- c) Secção LP2-GER do eixo

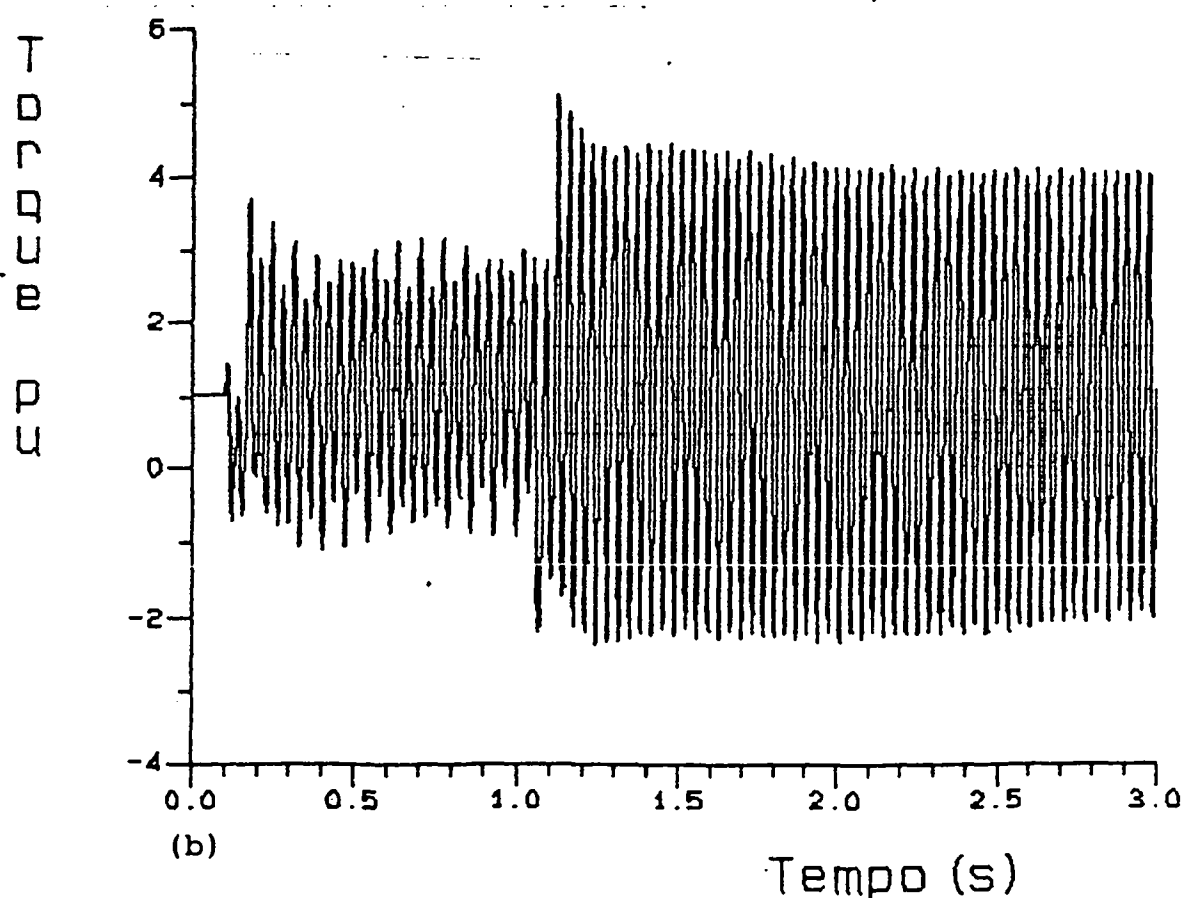
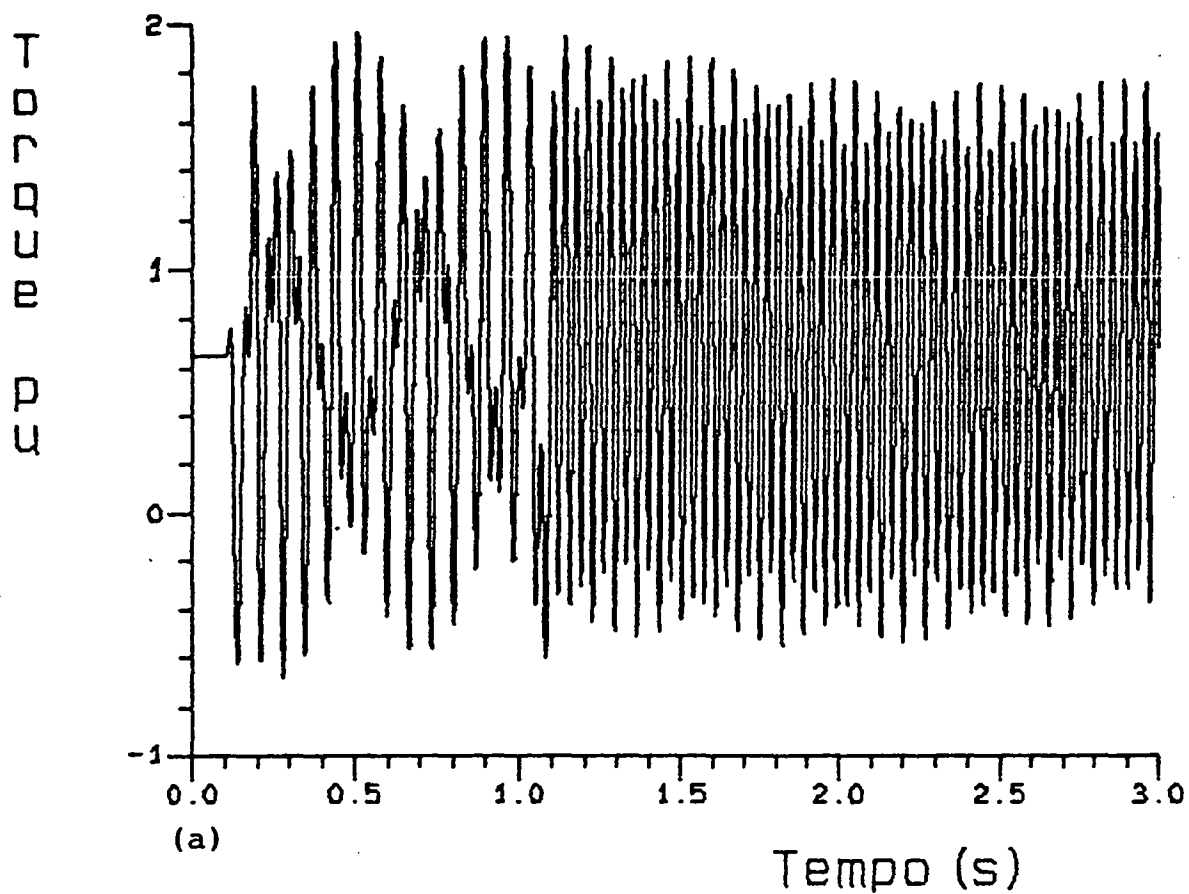


Figura 5.7 - Torque mecânico no eixo devido a religamento sem sucesso (3.5-53-3.5 ciclos) - SISTEMA FÍSICO

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

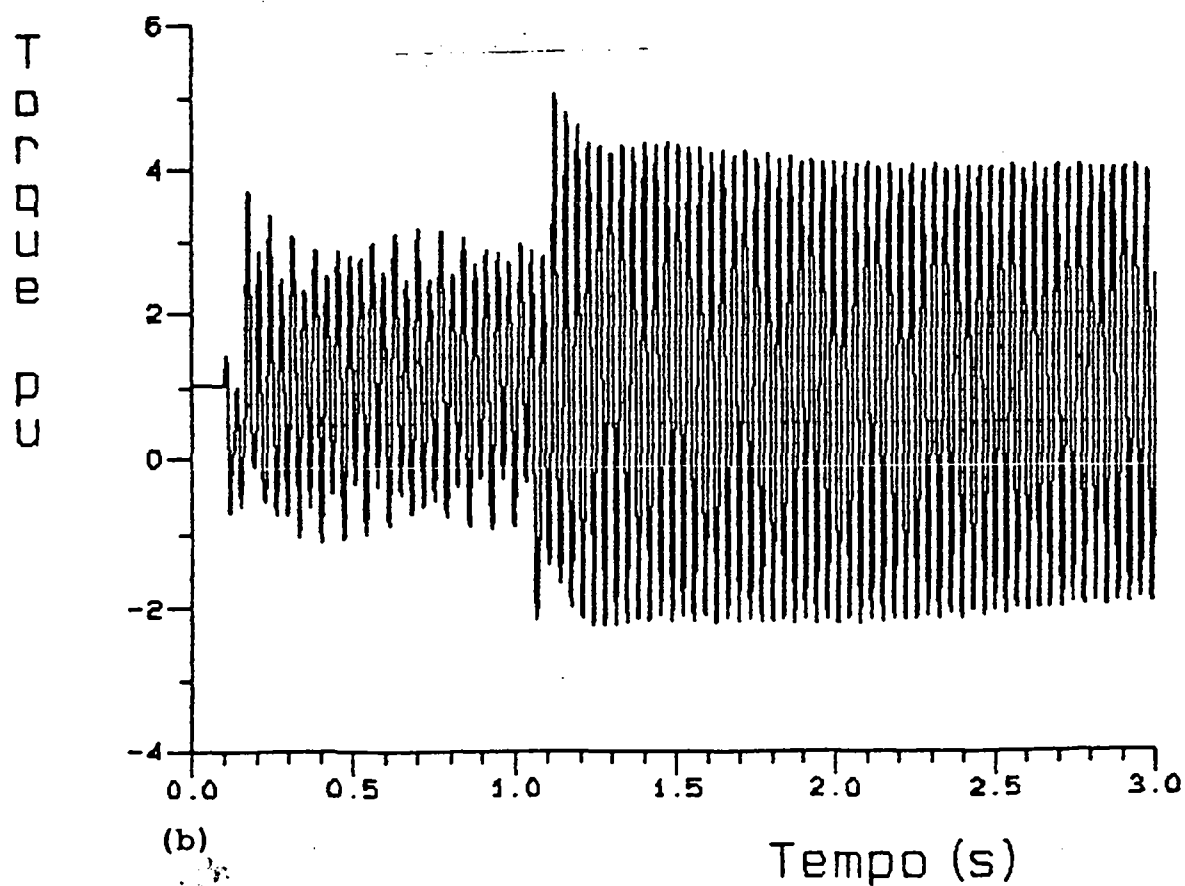
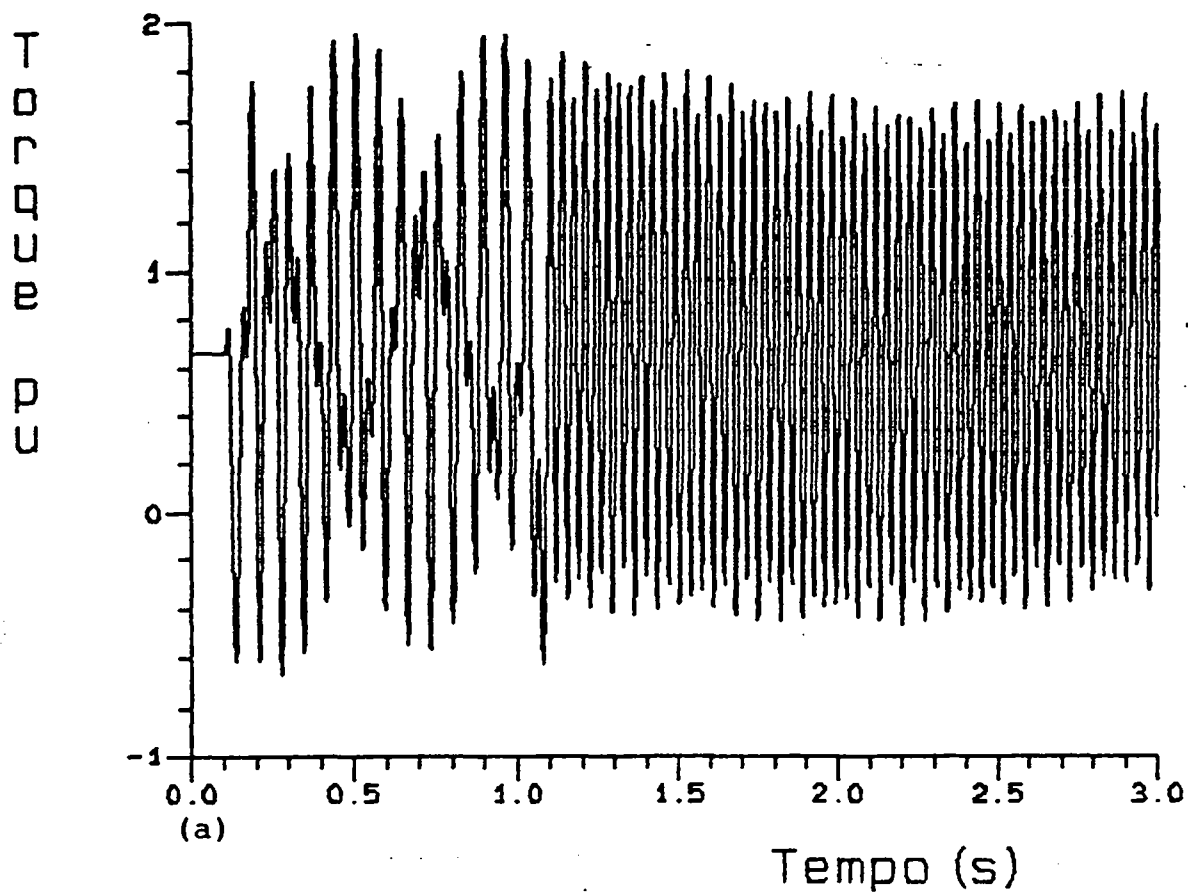


Figura 5.8.4 - Torque mecânico no eixo devido a religamento sem sucesso (3.5-53-3.5 ciclos) - SISTEMA MODAL

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

5.13 - CONCLUSÃO

Foi apresentado neste capítulo um exemplo completo da aplicação do cálculo de perda de vida através do modelo modal comparando-o a um sistema físico [25].

Todos os dados utilizados nos cálculos, apresentaram-se de forma detalhada.

Os resultados finais, foram sempre comparados entre os sistemas físico e modal.

Foram apresentadas algumas das curvas dos torques mecânicos nas secções do eixo devido a religamentos com e sem sucesso.

Os resultados obtidos neste capítulo do sistema físico e modal, foram realmente muito próximo. Em quase todos os casos simulados, houve apenas um erro percentual menor do que 1%, e somente em alguns poucos casos, este erro ultrapassou o 1%, mais ficou sempre abaixo dos 2%.

Isto evidencia claramente que os resultados obtidos através da formulação modal foram muito bons; tendo como vantagem ainda, a utilização do modelo modal, onde as equações do sistema podem ser desacopladas e todos os parâmetros do eixo, incluindo os amortecimentos, são mensuráveis.

Um dos problemas constatados na utilização dos modelos físicos e modal foi o grande tempo gasto nas simulações feitas. É proposto então uma extrapolação das curvas dos torques mecânicos no eixo, de forma a encurtar o tempo de simulação.

No capítulo seguinte é apresentado esta proposta de extrapolação.

Conclui-se também, que sequências de religamento muito próximas, causam às vezes, torques mecânicos diferentes e consequentemente os valores da perda de vida nas secções do eixo do turboalternador são também diferentes.

C A P Í T U L O VI

EXTRAPOLAÇÃO DAS CURVAS DE TORQUES NOS EIXOS DE TURBOALTERNADORES

6.1 INTRODUÇÃO

Verificou-se no capítulo anterior, que o tempo gasto na simulação de perturbações no sistema eletromecânico é muito grande.

Uma maneira de diminuir este tempo é proposto neste capítulo. Consiste em fazer uma simulação num tempo relativamente curto, e logo após faz-se uma extrapolação das curvas obtidas. Esta extrapolação é baseada nas frequências modais, frequências do torque elétrico e fator de decremento.

O sistema elétrico e sistema mecânico é o mesmo que foi utilizado no capítulo anterior.

6.2 EXTRAPOLAÇÃO DAS CURVAS DE TORQUES

Com os valores das variáveis de estado em regime permanente, inicia-se a integração das equações diferenciais.

Uma vez feita a simulação inicial, extrapolam-se as curvas resultantes usando as frequências modais e os fatores de decremento. Com as curvas dos ângulos modais, calculam-se os torques de cada modo e conseqüentemente pode-se calcular a perda de vida do eixo do turboalternador devido à fadiga do material.

As frequências modais e os fatores de decremento são dados de entrada. Durante a integração da perturbação, foram calculadas a frequência do torque elétrico, que corresponde à frequência da envoltória das curvas dos ângulos modais, a amplitude e a defasagem desta envoltória e as amplitudes das senóides de cada modo.

A figura 6.1, mostra o exemplo de um caso de curto circuito na linha de transmissão (ponto A da figura 5.1) e com um religamento com sucesso (sequência 2.5-54). Na figura 6.1, é apresentado o torque elétrico, e na figura 6.2 apresenta-se o trecho da curva que é obtido através da integração. A partir deste ponto começa a ser realizada a extrapolação das curvas (figura 6.3).

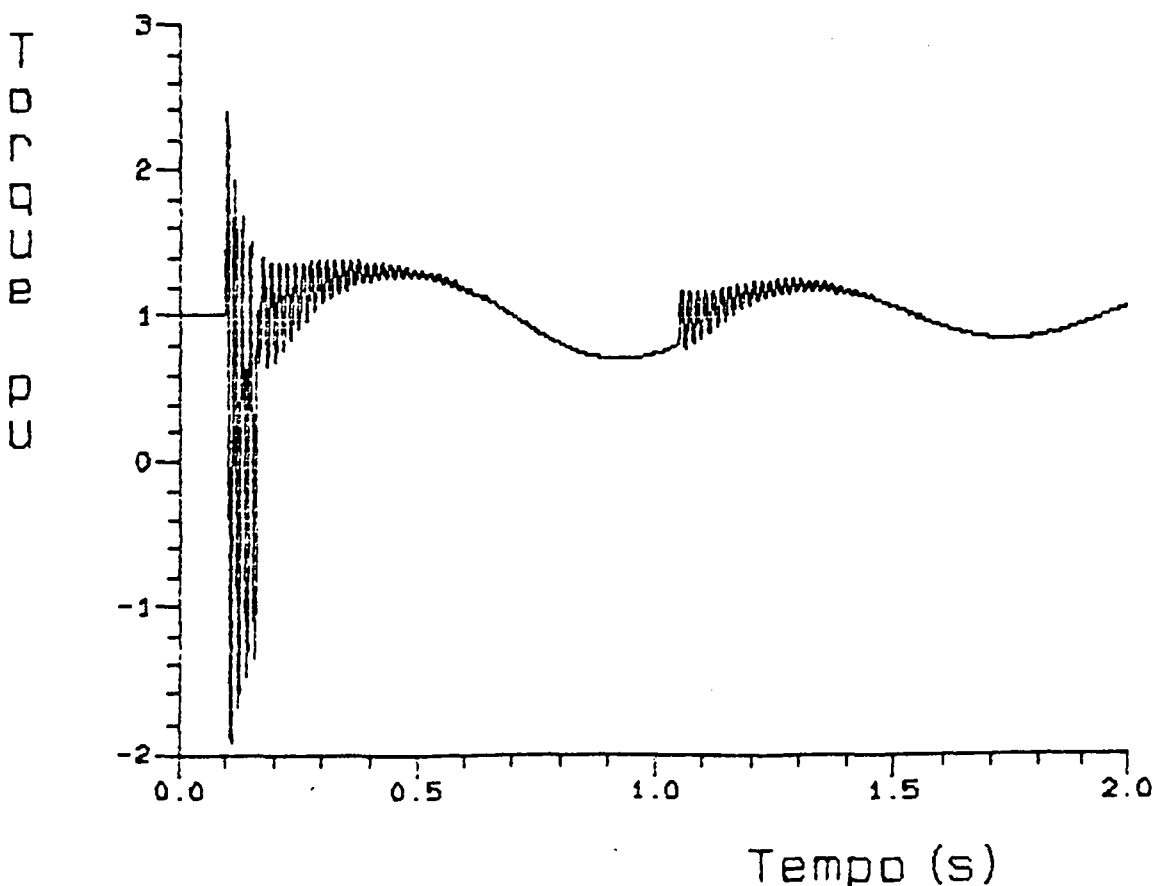


Figura 6.1 - Torque elétrico

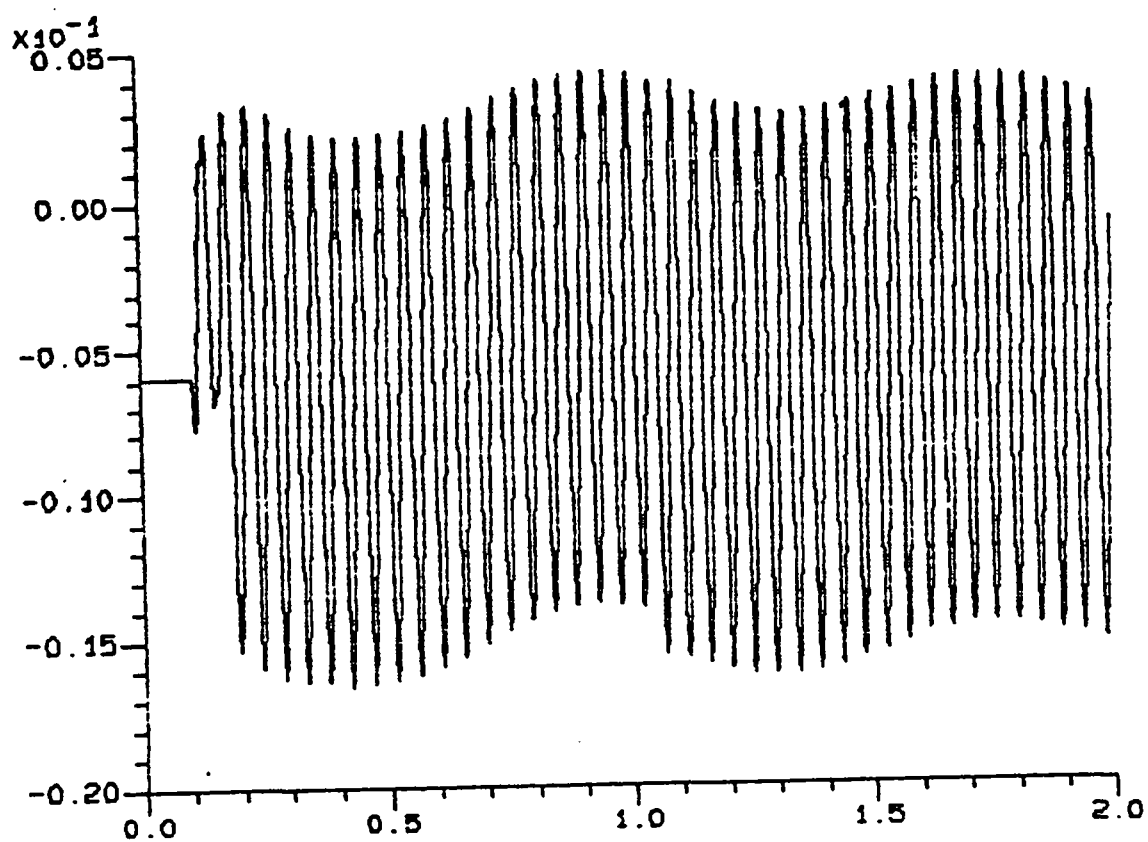


Figura 6.2 - Ângulo do modo 1

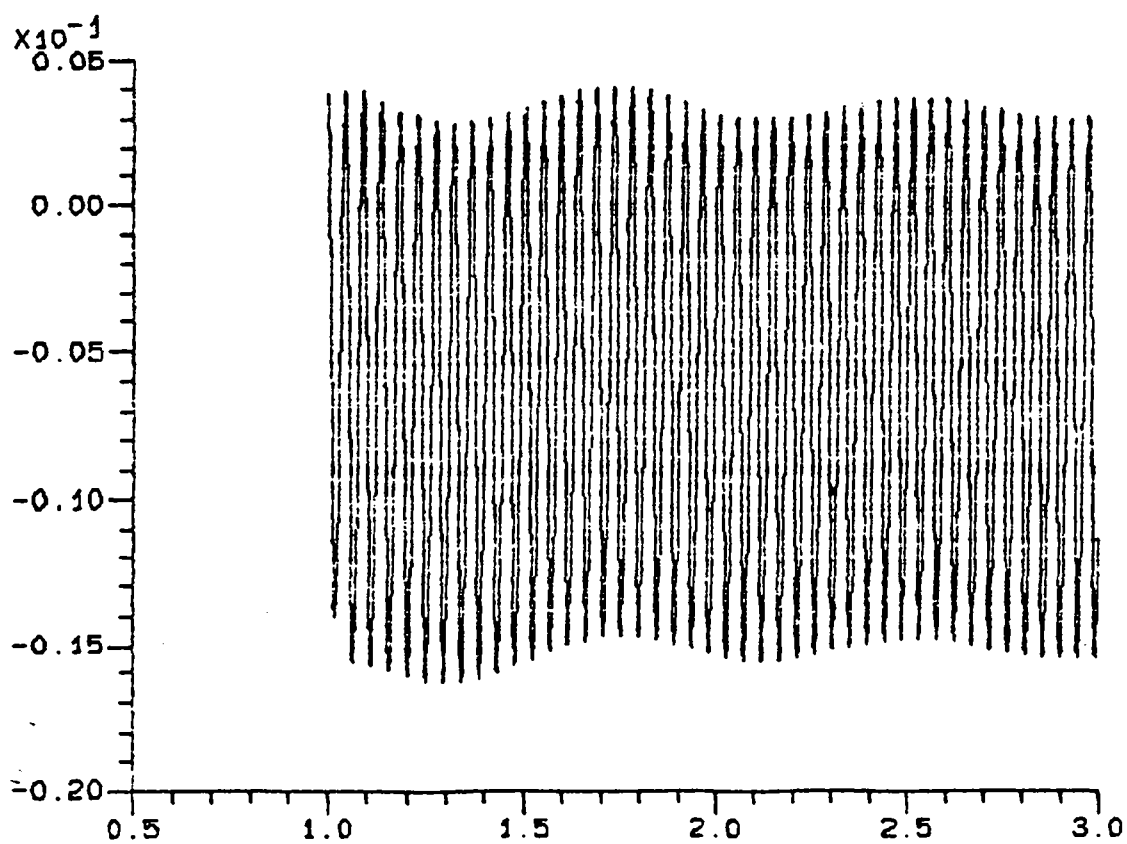


Figura 6.3 - Curva do ângulo modal extrapolado.

Conferiu-se através de testes, que as curvas dos ângulos modais não são mais do que uma soma de senóides amortecidas por uma exponencial, como mostra a figura 6.4.

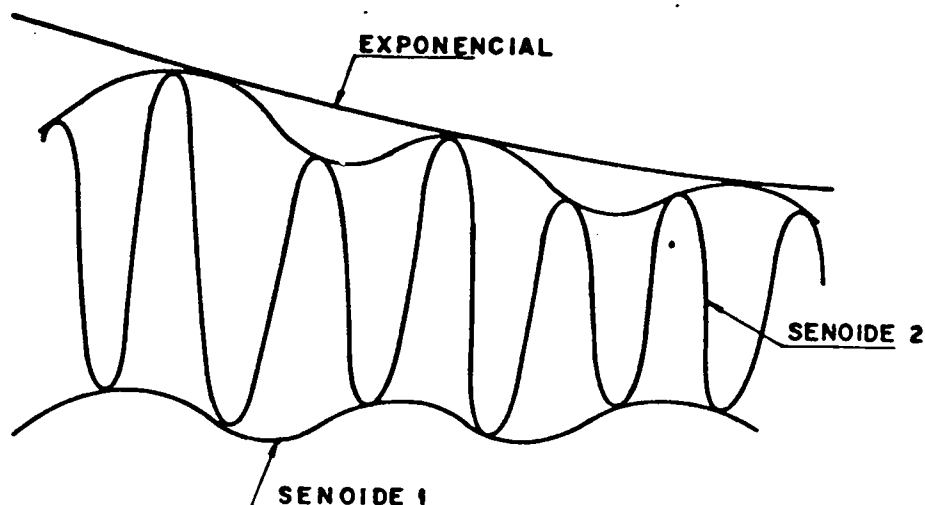


Figura 6.4 - Forma da curva do ângulo modal.

A função da curva da figura 6.4 fica então:

$$FUN(t) = \underbrace{[X_1 \sin(W_1 t)]}_{\text{senóide 1}} + \underbrace{X_2 \sin(W_2 t)}_{\text{senóide 2}} e^{-ARGt} \quad (6.1)$$

onde:

$$W_1 = 2\pi f_1$$

$$W_2 = 2\pi f_2$$

f_1 = é a própria frequência modal

f_2 = é a frequência do torque elétrico depois de uma perturbação

X_1 = amplitude da senóide 1.

Calculada no final da curva integrada

X_2 = amplitude da senóide 2.

Calculada idem X_1

ARG = Fator de decremento (σ_n)

Uma vez realizada toda a extrapolação, calculam-se os torques em cada secção do eixo do turboalternador. Com estes valores, por sua vez calculam-se a perda de vida por fadiga nestas secções do eixo.

6.3 - RESULTADOS OBTIDOS COM O SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

Os eventos simulados utilizando o sistema modal extrapolado (SME), foram os mesmos daqueles utilizados no sistema físico e modal do capítulo anterior.

Nas Tabelas 1 e 2 apresentam-se alguns resultados da perda de vida das secções do eixo devido a religamentos com e sem sucesso respectivamente, para o sistema modal extrapolado.

SEQUÊNCIA (CICLOS)	SECÇÕES DO EIXO	
	LP1-LP2	LP2-GER
2-54.5	6.4530	2.6763
2.5-53	5.9318	6.0688
2.5-54	6.4298	4.5411
3-53	4.1835	14.027
3-54	5.2746	11.3503
3.5-48	2.0673	15.3185
3.5-53	2.9151	15.6299
3.5-54	3.7454	14.9305
3.5-55	4.3503	15.8165
4-53	-	-

Tabela 1 - Perda de vida das secções do eixo devido a religamento com sucesso (%) - SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

SEQUÊNCIA	SECÇÕES DO EIXO		
(CICLOS)	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER
1.5-53-1.5	3.5935	15.7317	ROMPEU
2.5-60-2.5	0.8316	3.0532	8.0595
3-53-3	-	2.95607	12.9021
3-53-3.5	-	2.52581	18.6535
3-54-3	0.6166	5.55106	22.5717
3-55-2.5	0.4064	6.9099	10.1249
3.5-53-3.5	-	4.9239	ROMPEU
3.5-54-3.5	-	4.9350	12.5327
3.5-55-3.5	2.5075	6.71330	ROMPEU
4-53-4	-	-	6.2487

Tabela 2 - Perda de vida das secções do eixo devido a religamento sem sucesso (%) - SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

SEQUÊNCIA	SECÇÕES DO EIXO			
(CICLOS)	SISTEMA MODAL		SISTEMA FÍSICO	
	LP1-LP2	LP2-GER	LP1-LP2	LP2-GER
2-54.5	3.062	1.638	3.010	1.062
2.5-53	3.242	3.105	3.204	3.278
2.5-54	3.485	1.854	3.441	0.178
3-53	0.616	7.287	0.0245	7.23.51
3-54	2.334	3.767	1.490	3.398
3.5-48	0.407	7.382	0.016	7.569
3.5-53	0.422	7.595	0.010	7.949
3.5-54	1.444	6.959	0.454	6.767
4-53	-	0.0	-	0.197

Tabela 3 - Percentual de diferença entre o SME e os SM e SF (%)

- com sucesso

SEQUÊNCIA	SECÇÕES DO EIXO					
(CICLOS)	SISTEMA MODAL			SISTEMA FÍSICO		
	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER	HP-LP1	LP1-LP2	LP2-GER
1.5-53-1.5	3.280	7.435	0.0	3.763	8.884	0.0
2.5-60-2.5	0.832	0.022	7.692	0.832	0.030	8.116
3-53-3	-	0.411	6.747	-	0.253	6.996
3-53-3.5	-	0.0	10.99	-	0.239	11.9558
3-55-2.5	0.199	3.918	3.917	0.412	4.052	3.869
3.5-53-3.5	-	1.40	0.0	-	2.734	0.0
3.5-54-3.5	-	2.553	4.508	-	2.777	2.858
3.5-55-3.5	2.278	3.806	0.0	2.982	3.237	0.0
4-53-4	-	-	6.428	-	-	6.351

Tabela 4 - Percentual de diferença entre o SME e os SM e SF (%)
- sem sucesso

A Tabela 3 apresenta as diferenças percentuais entre o sistema modal extrapolado (SME) e os sistemas modal (SM) e físico (SF) para religamentos com sucesso.

A Tabela 4, apresenta as diferenças percentuais entre o sistema modal extrapolado (SME) e os sistemas modal (SM) e físico (SF) para religamentos sem sucesso.

Analisando-se as Tabelas 3 e 4 percebe-se que as diferenças percentuais entre o sistema modal extrapolado e os sistemas modal e físico, para sequências de religamentos com e sem sucesso, são relativamente pequenas. No entanto, existem alguns casos de religamentos com sucesso onde esta diferença percentual para algumas secções do eixo estão entre 6.80 e 8.10%. E nas sequências de religamento sem sucesso tem-se alguns casos onde a diferença percentual se encontra entre 6.3 e 14.4%.

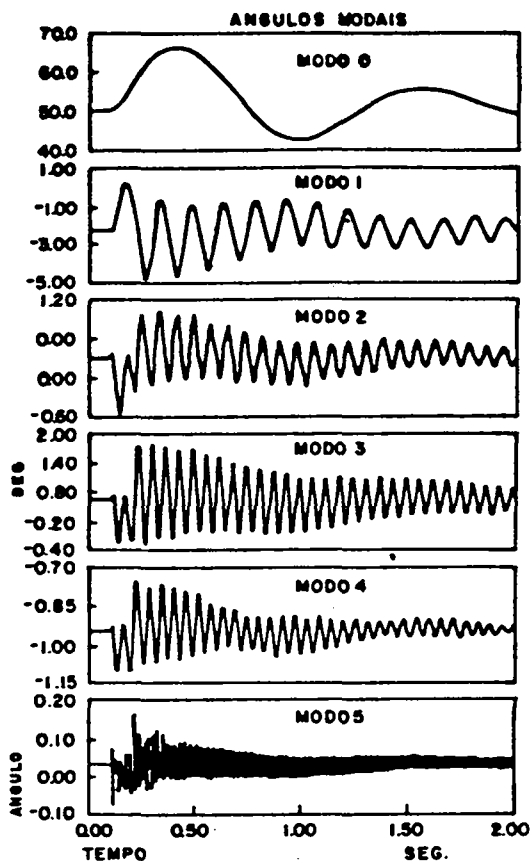
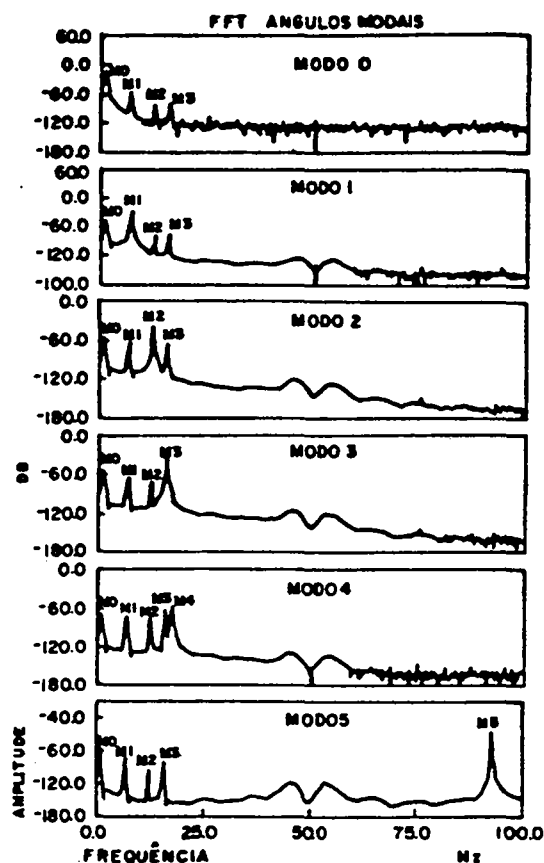


Figura 6.5a - Ângulos modais após uma falta trifásica



6.5b - FFT dos ângulos modais

Estas diferenças percentuais maiores do que aquelas encontradas nas Tabelas 15 e 16 do Capítulo V entre os sistemas físico e modal devem-se provavelmente ao fato que no cálculo da extrapolação dos ângulos modais [30], foi considerado apenas a frequência modal particular, partindo-se do princípio que as equações mecânicas modais foram completamente desacopladas, mas como pode-se conferir em [30], mostra-se que apesar da oscilação de cada inércia modal é dominada pela sua frequência modal particular, ela no entanto contém componentes de frequência correspondentes aos outros modos de oscilação.

A figura 6.5a mostra os ângulos modais após uma falta trifásica.

Já a figura 6.5b mostra a FFT dos ângulos modais. Verifica-se nesta figura que a maior contribuição em cada modo é a própria frequência particular, porém, em alguns casos a contribuição dos outros modos não chega ser desprezível.

6.4 - CURVAS OBTIDAS COM O SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

Neste item apresentam-se as curvas de torque no eixo de turboalternadores para os eventos simulados.

A figura 6.6, apresenta o torque mecânico nas secções LP1-LP2 (a) e LP2-GER (b) do eixo para uma sequência 2.5-54, que é um religamento com sucesso.

A figura 6.7 refere -se a uma sequência de religamento 3-54 ciclos e para secções LP1-LP2 (a) e LP2-GER (b)

A figura 6.8 refere -se a uma sequência de religamento sem sucesso 3-55-2.5 ciclos, onde a figura (a) refere-se a secção HP-LP1 do eixo, a figura (b), à secção LP1-LP2 do eixo e a figura (c) a secção LP2-GER do eixo.

A figura 6.9 apresenta o sistema modal extrapolado para uma sequência de religamento sem sucesso, 3.5-53-3.5 ciclos. A figura (a) representam o torque mecânico na secção LP1-LP2 do eixo, enquanto a figura (b) representa o torque mecânico na secção LP2-GER do eixo.

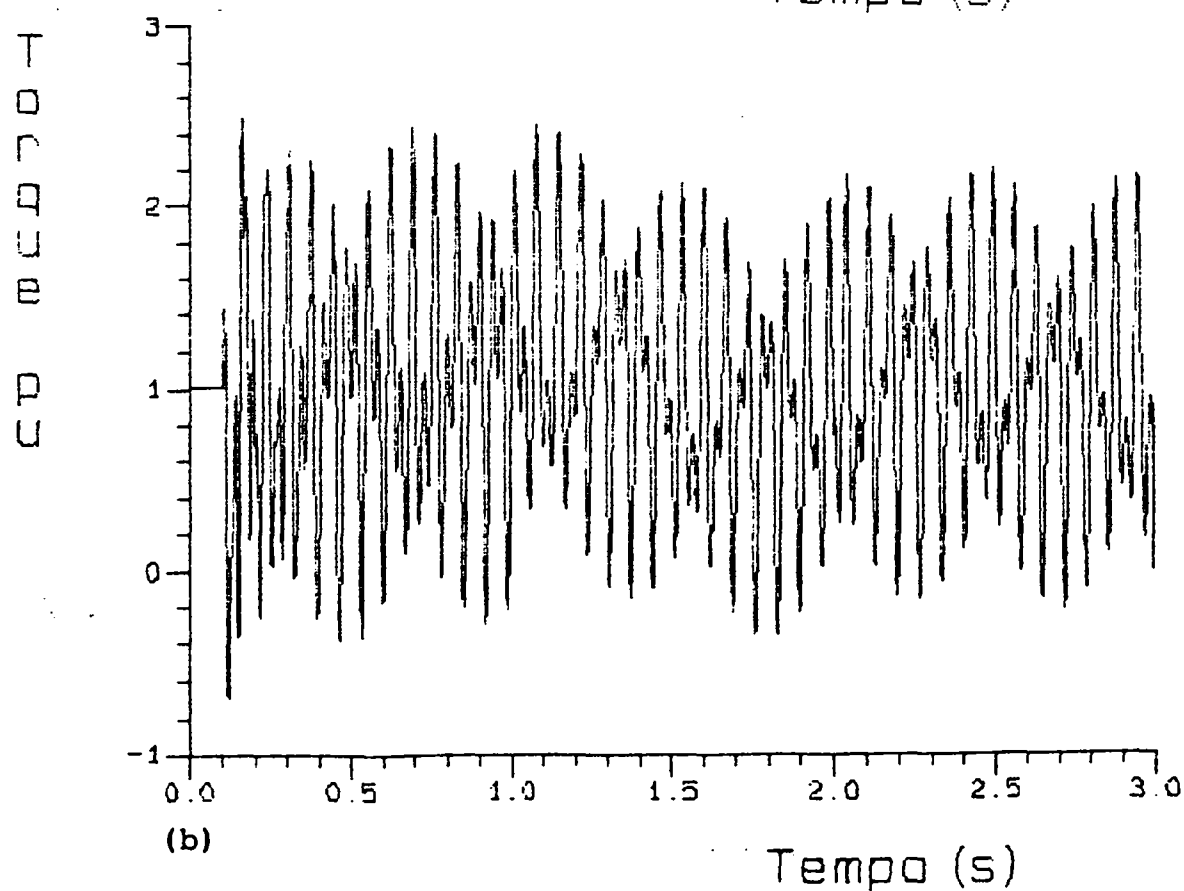
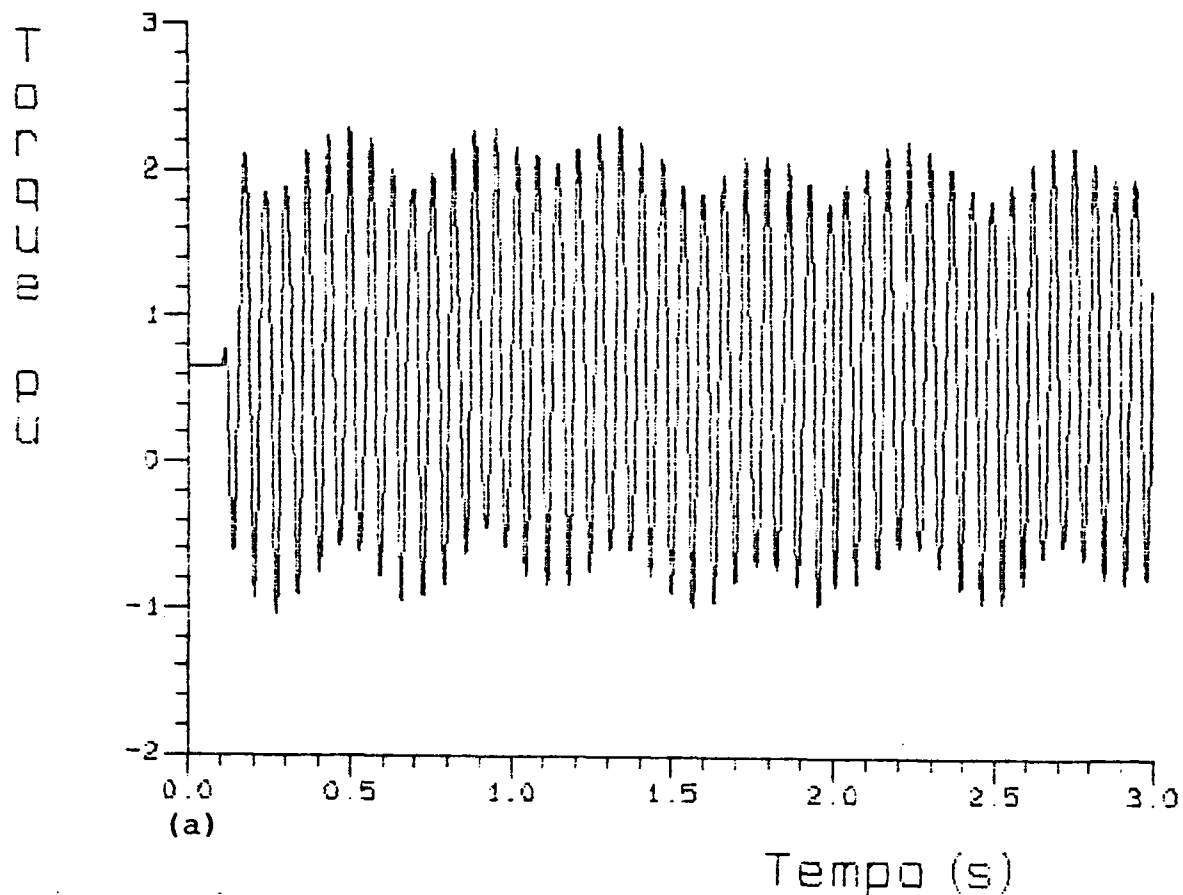


Figura 6.6 - Torque mecânico no eixo para uma sequência de religamento de 2.5-54 ciclos - SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

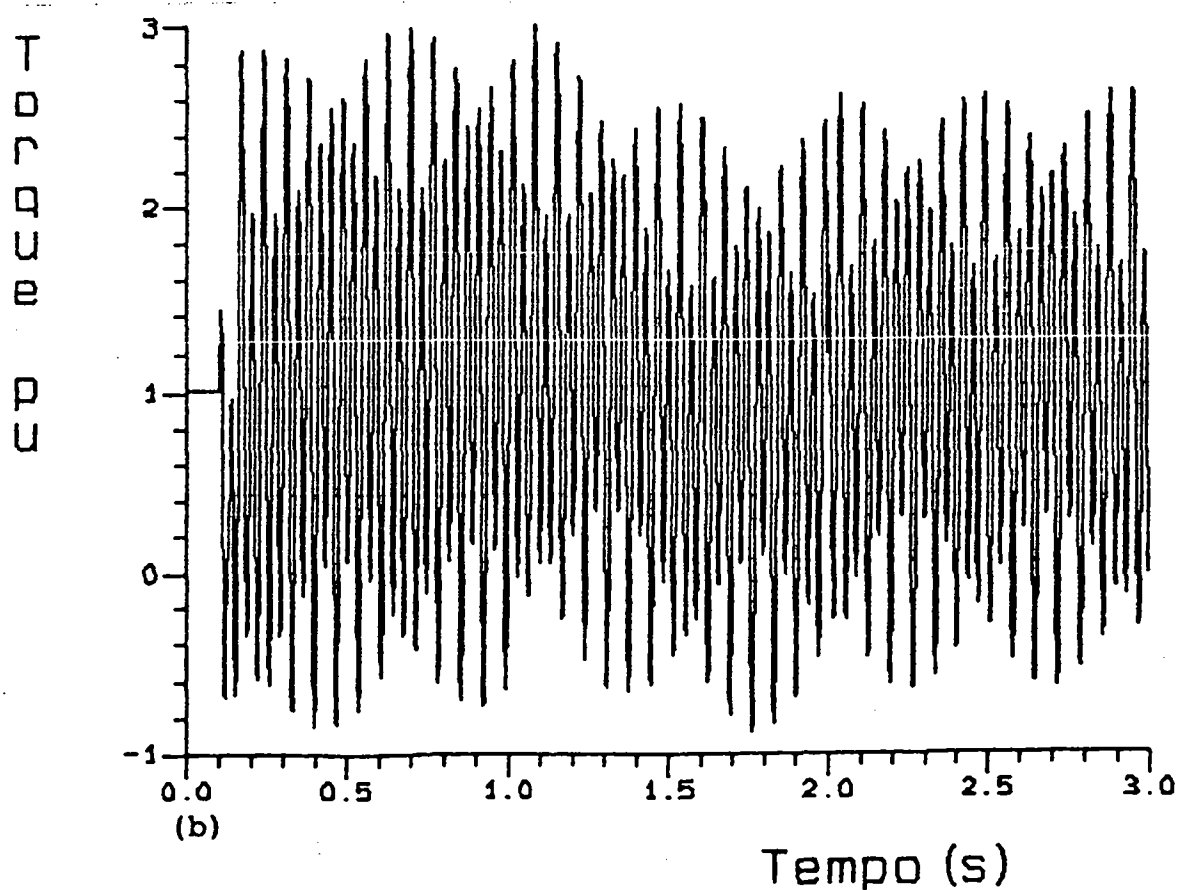
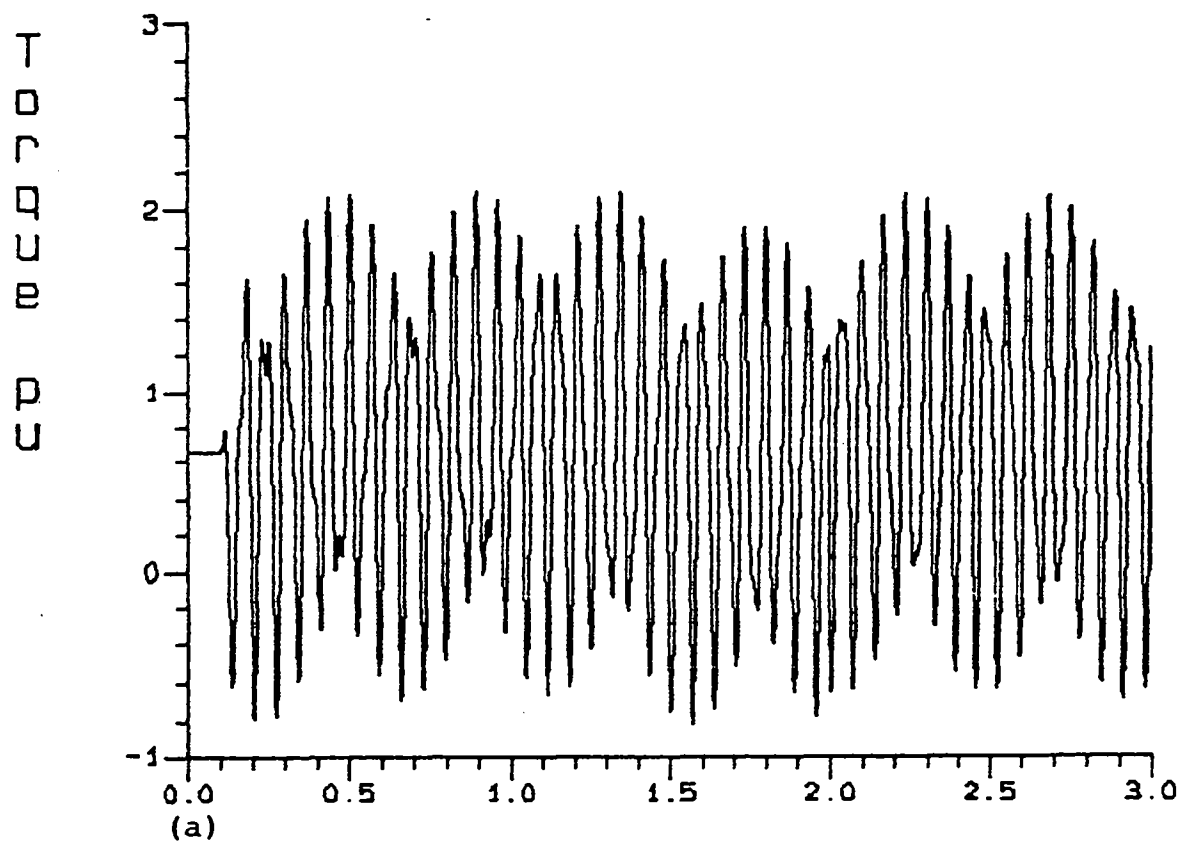
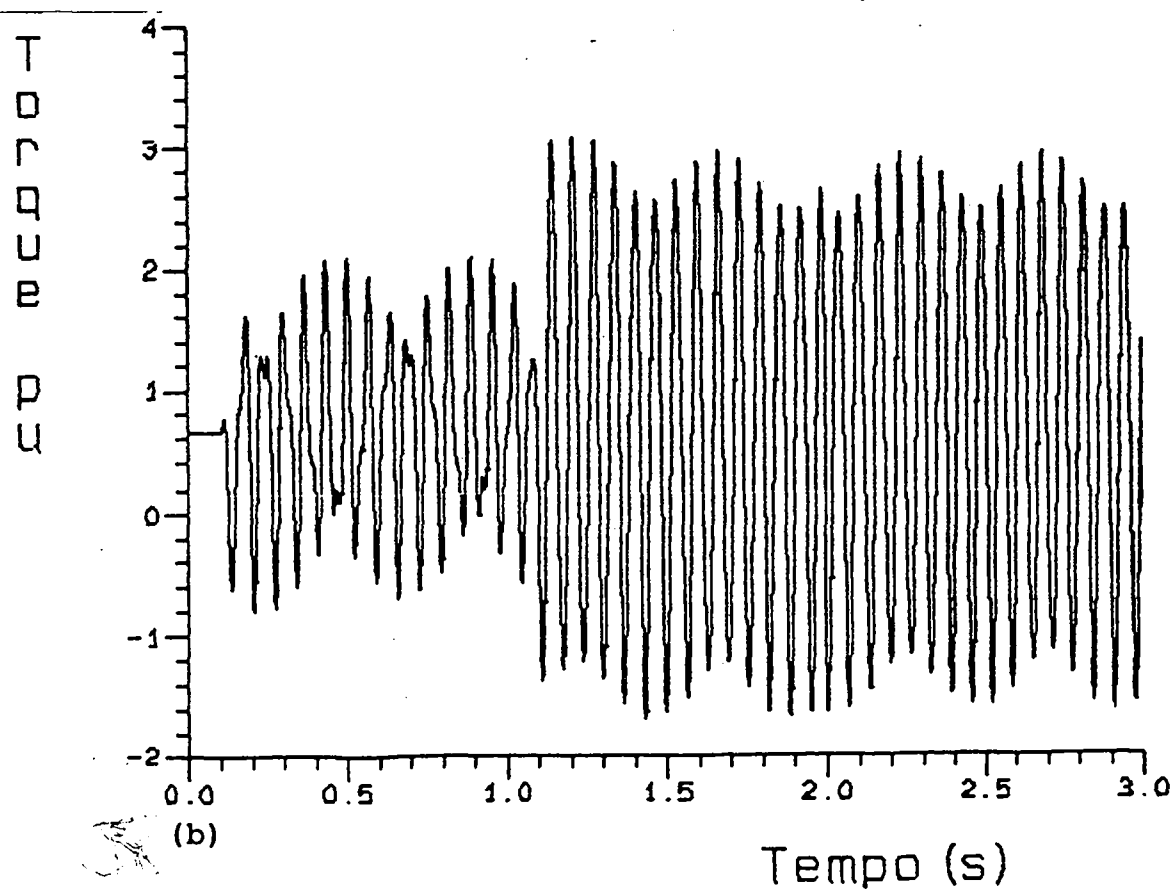
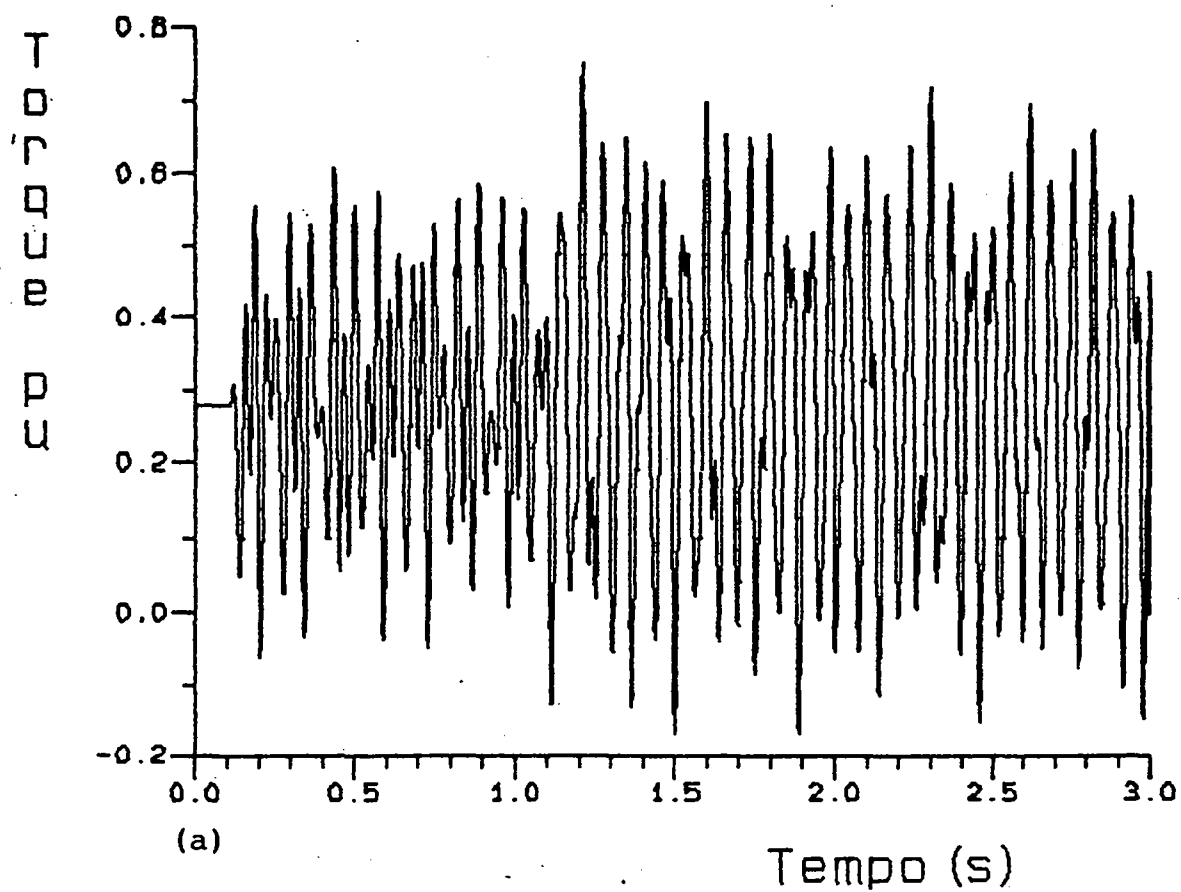


Figura 6.7 - Torque mecânico no eixo devido a religamento com sucesso (3-54 ciclos) - SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo



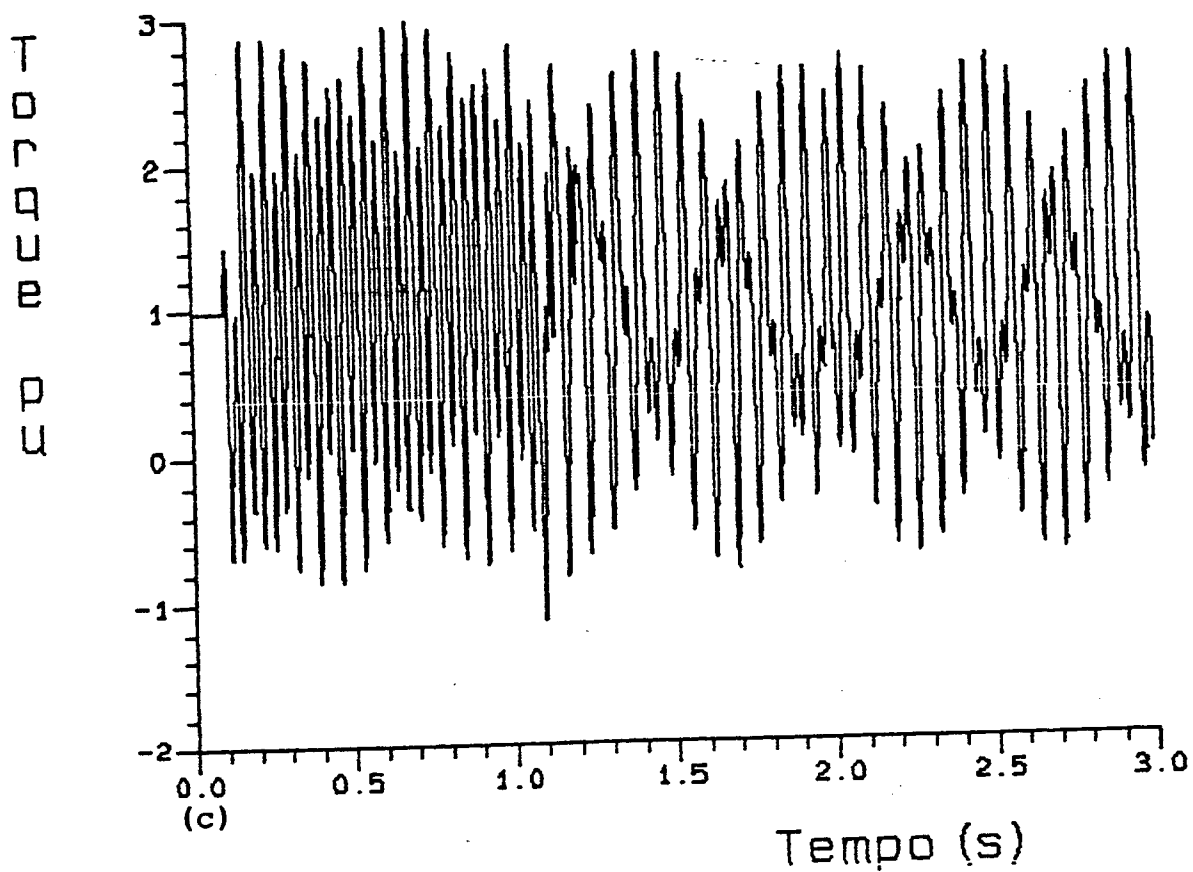


Figura 6.8 - Torque mecânico no eixo devido a religamento sem sucesso (3-55-2.5 ciclos) - SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

- a) Secção HP-LP1 do eixo
- b) Secção LP1-LP2 do eixo
- c) Secção LP2-GER do eixo

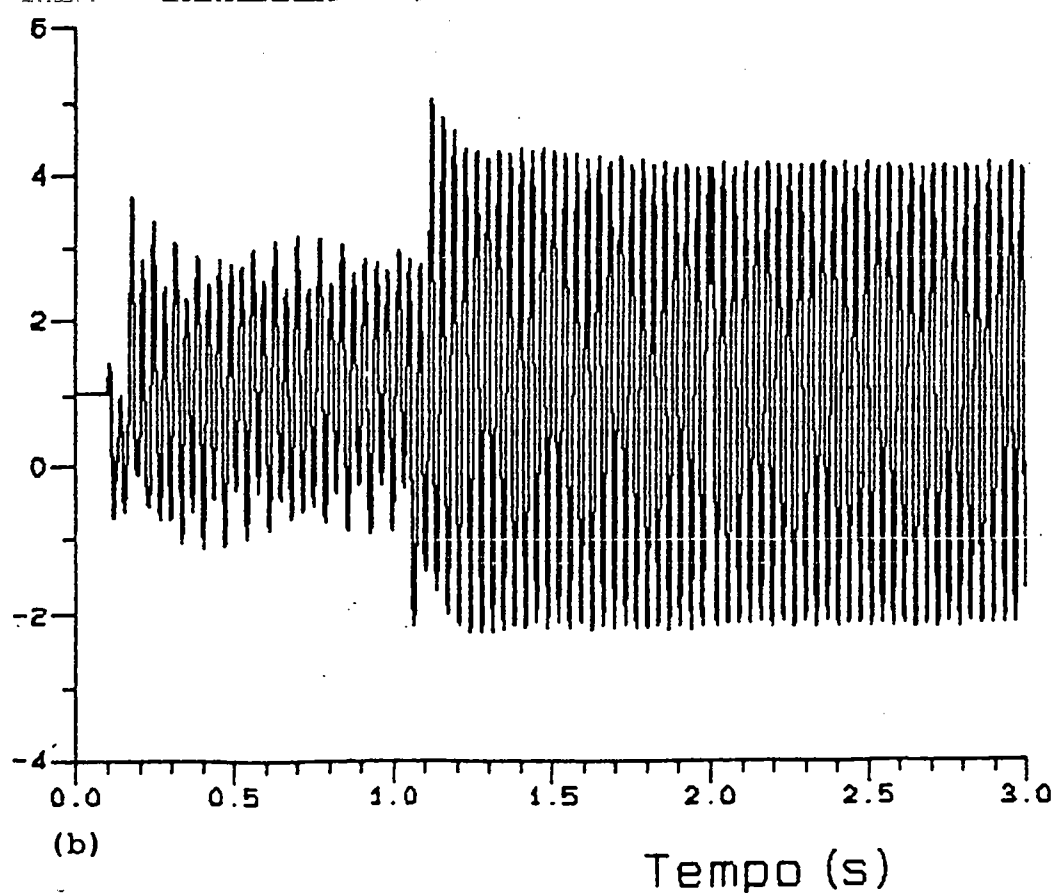
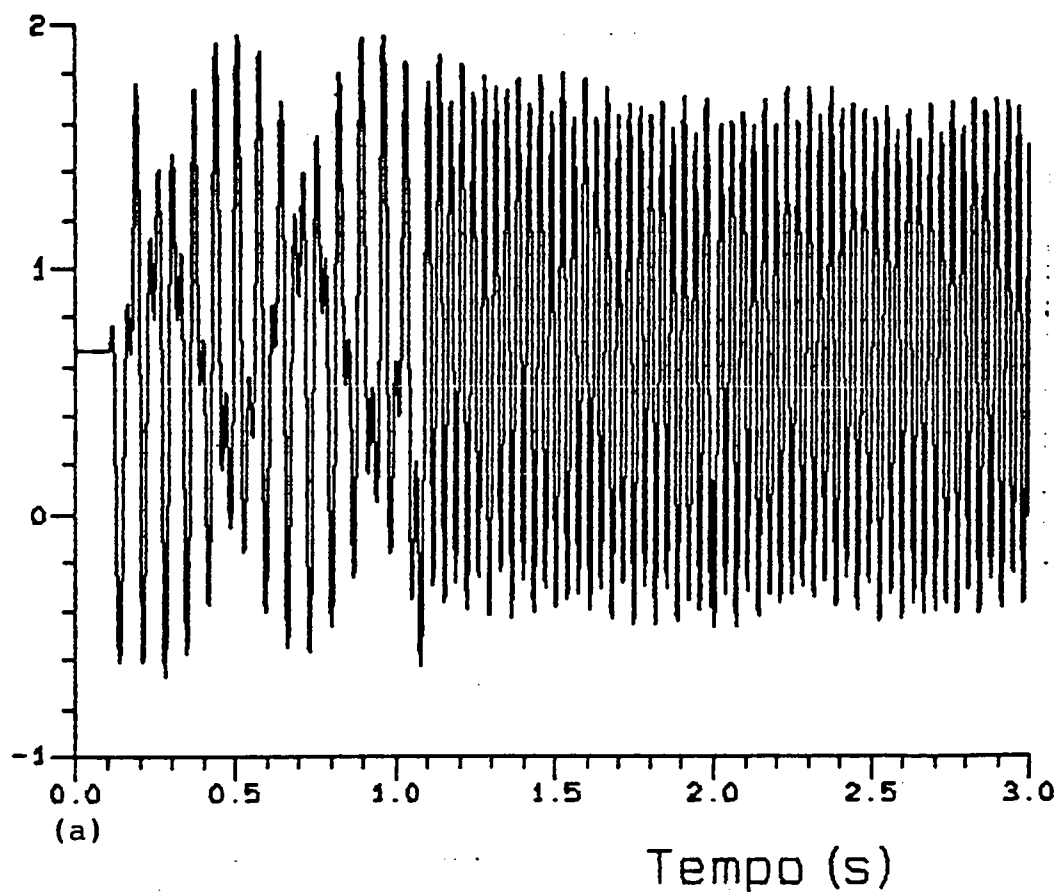


Figura 6.9 - Torque mecânico no eixo devido a religamento sem sucesso (3.5-53-3.5 ciclos) - SISTEMA MODAL EXTRAPOLADO

a) Secção LP1-LP2 do eixo

b) Secção LP2-GER do eixo

6.5 CONCLUSÃO

Foi apresentado neste capítulo uma proposta de extrapolação das curvas de torque, com o fim de diminuir o tempo gasto na simulação dos eventos. Verificou-se que realmente houve um decréscimo no tempo gasto.

Todos os resultados obtidos com o SME foram comparados com os sistemas físicos e modal.

Apresentaram-se algumas curvas de torque nas secções do eixo devido a religamento com e sem sucesso.

Os resultados obtidos neste capítulo dos sistemas físico, modal e modal extrapolado foram muito próximos, embora em alguns casos tenham sido encontrados alguns resultados com diferenças percentuais um pouco maiores do que o resto dos resultados obtidos. Isto, provavelmente deve-se ao fato que no cálculo das extrapolações dos ângulos modais com o qual foram calculados os torques nas secções do eixo do turboalternador, foi considerado apenas a frequência modal particular, já que as equações mecânicas modais foram completamente desacopladas e é esta frequência que domina a oscilação de cada inércia modal; no entanto esta oscilação contém também componentes de frequência correspondentes aos outros modos de oscilação, em alguns casos estas componentes não podem ser desprezadas.

C A P Í T U L O V I I

CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

7.1 - CONCLUSÕES FINAIS

Foi apresentada neste trabalho uma metodologia para modelar o sistema mecânico torcional a qual desacopla as equações mecânicas modais. O sistema, conhecido como **sistema modal** associa os valores de inércia, amortecimento e rigidez com cada modo torcional natural de vibração do eixo de turboalternadores.

No modelo físico os valores dos amortecimentos não podem ser calculados nem medidos, portanto devem ser estimados. Assim, a precisão do sistema mecânico fica sujeita à exatidão dos valores dos amortecimentos estimados. Já no modelo modal as equações são transformadas para o domínio da frequência, desacoplando-as, sendo que todos os parâmetros do eixo, incluindo os amortecimentos, são mensuráveis.

Foi apresentado um modelo, também modal, mas que extrapola as curvas dos ângulos modais a fim de calcular os torques mecânicos nas secções do eixo do turboalternador. Este modelo apresentado no Capítulo VI, baseia-se nos conceitos de frequências modais, fator de decremento, modo zero, e torque elétrico. Ele apresentou resultados satisfatórios, porém em alguns casos, por não terem sido considerados a influência de todos os modos, obtiveram-se diferenças percentuais um pouco maiores.

Apresentou-se uma metodologia para o cálculo de perda de vida baseado em deformações [25] e não em tensões, o que torna o método mais realista em relação à perda de vida devido à fadiga do material. Foi utilizado o método de "Rain-Flow" para a contagem de ciclos de tensão.

Nos capítulos V e VI, onde são apresentados todos os resultados finais, chegou-se à conclusão que estes foram muito próximos entre os sistemas físico, modal e modal extrapolado. Ficou evidenciado, também, que sequências de religamento muito parecidas, às vezes, resultam em torques mecânicos muito diferentes e consequentemente em valores de perda de vida no eixo de turboalternadores também muito diferentes.

7.2 - SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Os resultados do sistema modal extrapolado, apresentaram-se em algumas sequências de religamento um tanto diferentes em relação ao sistema físico e o sistema modal. Sugere-se, então, que para um futuro trabalho, deveria-se levar em conta a influência de todos os modos para cada modo em particular, para comprovar-se que em alguns casos a influência destes modos não podem ser desprezados.

Pode-se realizar um estudo detalhado (por exemplo utilizar o EMTP) sobre as influências do turboalternador ligado a outras máquinas e não a uma barra infinita como é feito neste estudo.

Sugere-se no futuro, adicionar ao modelo do gerador, reguladores de velocidade e de excitação e verificar a sua influência.

Pode-se fazer um estudo sobre a influência dos torques mecânicos resultantes nas secções do eixo do turboalternador a outros tipos de falta. Pode-se igualmente verificar a influência nos resultados da abertura dos disjuntores em tempos diferentes.

Finalmente sugere-se a realização no futuro de um estudo de sensibilidade nos resultados devido a variações nos dados de entrada.

A P Ê N D I C E I

DIAGONALIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DO SISTEMA MECÂNICO CONSTITUÍDO
POR VÁRIOS CORPOS GIRANTES MONTADOS SOBRE UM MESMO EIXO

A equação que se deseja diagonalizar é dada por:

$$H \ddot{\underline{\delta}} + K \dot{\underline{\delta}} = \underline{0} \quad (1)$$

onde

H $n \times n$: é uma matriz diagonal, positiva definida (isto é, todos os seus elementos diagonais são positivos). Estes elementos são as constantes de inércia.

K $n \times n$: é uma matriz tridiagonal, simétrica, e apresentando a peculiaridade de que a soma de suas colunas resultar no vetor nulo. Logo, o posto de $K=n-1$, isto é, um de seus autovalores é forçosamente igual a zero.

A equação (1) pode ser escrita como:

$$\ddot{\underline{\delta}} + (H^{-1}K) \dot{\underline{\delta}} = \underline{0} \quad (2)$$

Para desacoplar as variáveis de estado implícitas na equação (2), deseja-se diagonalizar $H^{-1}K$. Para isso, é preciso calcular os autovalores desta matriz. Como H é não-singular, e pela propriedade mencionada da matriz K , e se $A=H^{-1}K$:

$$\sum_j (A)_{ij} = 0, \quad \forall i=1, \dots, n \quad (3)$$

Logo, $\lambda_1 = 0$ também é autovalor de $(H^{-1}K)$. Os autovetores associados são dados por:

$$(A - \lambda_1 I) \underline{x} = (A - 0I) \underline{x} = 0 \rightarrow A \underline{x} = 0 \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} k_1$$

Logo, forçosamente um dos autovetores de $H^{-1}K$ é do tipo

$$\underline{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} k, \quad (4)$$

o que corresponde ao modo zero.

Como $A = H^{-1}K$ em geral não é simétrica, nem normal, os autovetores de A não são ortogonais entre si [33]. Isto significa que, para dois autovetores distintos de A , $\underline{v}_i, \underline{v}_j$:

$$\underline{v}_i^T \underline{v}_j \neq 0 \quad (5)$$

Isto quer dizer que não é possível diagonalizar $H^{-1}K$ através da transformação do tipo $Q^T A Q$.

Contudo, pode-se estender a noção de ortogonalidade, expressa em (5), através da seguinte definição [34]:

Definição: Seja M uma matriz $n \times n$ positiva definida. Dois vetores u e v são ditos **M-ortonormais** se:

$$\underline{u}^T M \underline{v} = 0 \quad (6)$$

Se U é uma matriz $n \times r$ tal que:

$$U^T M U = I \quad (7)$$

então as colunas de U são ditas **M-ortonormais**.

Tendo em vista que a nossa matriz H é positiva definida, podemos verificar que os autovetores de $H^{-1}K$, embora não sejam ortogonais, são H -ortogonais.

H-ORTOGONALIDADE DOS AUTOVETORES DE $A=H^{-1}K$

Sejam dois autovalores distintos de $H^{-1}K$, λ_i e λ_j , aos quais estão associados os autovetores \underline{v}_i e \underline{v}_j . Então:

$$\lambda_j (\underline{v}_i^T H \underline{v}_j) = \underline{v}_i^T H (\lambda_j \underline{v}_j) = \underline{v}_i^T H (H^{-1} K \underline{v}_j) = \underline{v}_i^T K \underline{v}_j \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \lambda_i (\underline{v}_i^T H \underline{v}_j) &= (\lambda_i \underline{v}_i)^T H \underline{v}_j = (H^{-1} K \underline{v}_i)^T H \underline{v}_j = \underline{v}_i^T K H^{-1} H \underline{v}_j \\ &= \underline{v}_i^T K \underline{v}_j \end{aligned} \quad (9)$$

De (8) e (9):

$$\lambda_j (\underline{v}_i^T H \underline{v}_j) = \lambda_i (\underline{v}_i^T H \underline{v}_j) \quad , \text{ ou} \quad (10)$$

$$(\lambda_i - \lambda_j) \cdot (\underline{v}_i^T H \underline{v}_j) = 0$$

Como é suposto que $\lambda_i \neq \lambda_j$, a equação (10) implica que:

$$\underline{v}_i^T H \underline{v}_j = 0 \quad (11)$$

isto é, autovetores associados a λ 's distintos de $H^{-1}K$ são H -ortogonais.

Para que a matriz Q , formada pelos autovetores, seja H -ortonormal, é necessário normalizar adequadamente os autovetores de $H^{-1}K$. De acordo com a definição, deseja-se que:

$$\underline{v}_i^T H \underline{v}_i = 1$$

ou

$$\underline{v}_i^T H^{1/2} H^{1/2} \underline{v}_i = (H^{1/2} \underline{v}_i)^T \cdot (H^{1/2} \underline{v}_i) = 1$$

ou ainda

$$\|H^{1/2} \underline{v}_i\|_2^2 = 1 \quad + \quad \|H^{1/2} \underline{v}_i\|_2 = 1 \quad (12)$$

Isto implica que o fator multiplicativo que determina o autovetor \underline{v}_i deve ser escolhido para que a equação (12) seja verdadeira, se se deseja que as colunas da matriz Q sejam H -ortonormais.

Se isto for feito então, pela definição acima:

$$Q^T H Q = I \quad (13)$$

Retornando ao problema da diagonalização de $H^{-1}K$ e sendo $\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_n$ autovetores H -ortonormais de $H^{-1}K$, e seja:

$$Q = [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_n] \quad (14)$$

então, por transformação de similaridade tem-se:

$$Q^{-1} (H^{-1} K) Q = \Lambda \quad (15)$$

onde

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\} \quad (16)$$

Mas da equação (13) pode-se obter:

$$Q^{-1} = Q^T H \quad (17)$$

Substituindo (17) em (15) tem-se:

$$(Q^T H) (H^{-1} K Q) = \Lambda$$

ou

$$Q^T K Q = \Lambda \quad (18)$$

Assim, conclui-se que escolhendo-se autovetores H -ortonormais de $H^{-1}K$, e formando a matriz Q tendo estes autovetores como colunas, a transformação $Q^T K Q$ diagonaliza a matriz K .

Neste trabalho não há necessidade de "H-ortonormalizar" os autovetores, assim a equação (13) fica:

$$Q^T H Q = H_m \neq I \quad (19)$$

onde

H_m - matriz diagonal das constantes de inércias modais

Assim da equação (19) tem-se

$$Q^T H = H_m Q^{-1} \quad (20)$$

$$Q^{-1} = H_m^{-1} Q^T H \quad (21)$$

Para diagonalizar a matriz $H^{-1}K$ tem-se:

$$Q^{-1} (H^{-1}K) Q = \Lambda \quad (22)$$

Substituindo a equação (21) na equação (22) obtem-se

$$(H_m^{-1} Q^T H) (H^{-1}K) Q = H_m^{-1} Q^T K Q = \Lambda \quad (23)$$

ou

$$Q^T K Q = H_m \Lambda = K_m$$

onde a matriz K_m é diagonal e corresponde às constantes de rigidez modal.

BIBLIOGRAFIA

- |1| Zymler, B., Sereno, M.G. "Metodologia para a Análise dos Efeitos de Esforços Torcionais em Eixos de Turboalternadores, em decorrência de Distúrbios na Rede Elétrica", FURNAS - Centrais S.A., Nov/82.

- |2| IEEE Subsynchronous Resonance Working Group of the System Dynamic Performance Subcommittee Power System Engineering Committee, "Terms, Definitions and Symbols for Subsynchronous Oscillations", IEEE-PAS, Vol. 104, nº 6, Jun/85.

- |3| Romey D.G., Harold, P.F., Maddox, H.A., Starnes, R.B., Kmicherbacker, J.L. "Measurements of Torsional Dynamic Characteristics of the San Juan nº 2 Turbine Generator", Transactions of the ASME, Jul/77.

- |4| Fouad, A.A., Khu, K.T. "Subsynchronous Resonance Zones in the IEEE "Bench Mark" Power System", IEEE-PAS, Vol.97, May/Jun/78.

- |5| Gross, G., Hall, M.C. "Synchronous Machine and Torsional Dynamics Simulation in the Computation of Electromagnetic Transients", IEEE-Vol. PAS-97, nº 4, Jul/Aug/78.

- |6| Abolins, A., Lambrecht, D., Joice, J.S., Rosenberg, L.T., "Effect of Clearing Short Circuits and Automatic Reclosing on Torsional Stress and Life Expenditure of Turbine-generator Shafts", IEEE, Vol. PAS-95, Jan/Fev/76.

- |7| Bowler, C.E.J., Brown, P.G., Walker, D.N., "Evaluation of the Effect of Power Circuit Breaker Reclosing Practices on Turbine generator Shafts", IEEE, Vol PAS- 95, Sept/Oct/80.
- |8| Hammons, T.J., "Accumulative Fatigue Life Expenditure of Turbine/Generator Shafts Following Worst-Case System Disturbance", IEEE, Vol. PAS-101, Jul/82.
- |9| Aspragathos, N., Dimaragonas, A., "The Effects of Some System Parameters on the Fatigue Life Reduction of Turbine-Generator Shafts Due to Electrical Transientes", IEEE, Vol. PAS-103, Aug/84.
- |10| Ahlgren, L., Walve, K., Fahlen, N., Karlsson, S., "Medidas Preventivas contra Esforços Produzidos por Torques Oscilatórios em Turbo-geradores de Grande Porte".
- |11| Okubo, S, Suzuki, H., Vemura, K., "Modal Analysis for Power System Dynamic Stability", IEEE, Vol. PAS-97, Jul/Aug/78.
- |12| Ahlgren, L., Johansson, K.E. Gadhommer, A., "Estimated Life Expenditure of Trubine-Generator Shafts at Network Faults and Risk for Subsynchronous Resonance in the Swedish 400 KV System", IEEE, Vol. PAS-97, Nov/Dec/78.
- |13| Ramey, D.G., Kung, G.C., "Important Parameters in Considering Transient Torques on Turbine-Generator Shaft System", IEEE, Vol. PAS-99, Jan/Feb/80.
- |14| Walker, D.N., Adams, S.L., Placek, R.J., "Torsional Vibration and Fatigue of Turbine-Generator Shafts", IEEE, Vol. PAS-100, Nov/81.

- |15| Goldberg, S., Schmus, W.R., "Subsynchronous Resonance and Torsional Stress in Turbine-Generator Shafts", IEEE, Vol. PAS-98, Jul/Aug/79.
- |16| Joyce, J.S., Kulig, T., Lambrecht, D., "Torsional Fatigue of Turbine-Generator Shafts Caused by Different Electrical System Faults and Switching Operation", IEEE, Vol. PAS-97, Sept/Oct/78.
- |17| Joyce, J.S., Lambrecht, D., "Status of Evaluating the Fatigue of Large Steam Turbine-Generator caused by Electrical Disturbance", IEEE, Vol. PAS-99, Jan/Feb/80.
- |18| Baden, M.C., "Stresses in Turbogenerator Sets due to Electrical Disturbance", Brown Boveri Rev., Sept/75, pag. 435 a 443.
- |19| Mitschu, J.V., Rusche, P.A., "Shaft Torsional Stress due to Asynchronous Faulty Synchronization", IEEE, Vol. PAS-99, Sept/Oct/80.
- |20| Wasynczuk, O., "Damping Shaft Torsional Oscillations with Application to High Speed Reclosure", IEEE, Vol. PAS-100, Mar/81.
- |21| Wasynczuk, O., "Damping Subsynchronous Resonance using Reactive Power Control", IEEE, Vol. PAS-100, Mar/81.
- |22| IEEE Subsynchronous Resonance Task Force of the Dynamic System Performance Working Group Power System Engineering Comittee, "First Benchmark Model for Computer Simulation of Subsynchronous Resonance", IEEE, Vol. PAS-96, Sept/Oct/77.

- |23| Undrill, J.M., Hannett, L.N., "Turbine-Generator Impact Torques in Routine and Fault Operation", IEEE, Vol. PAS-98, Mar/Apr/79.
- |24| Anderson, P.M., Fouad, A.A., "Power System Control and Stability", The Iowa State University Press, Iowa, USA, 1977.
- |25| Sadowski, N., "Cálculo de Perda de Vida do Eixo de Truboalternadores devido a Chaveamentos, no Sistema Elétrico", Tese de Mestrado Enga. Elétrica UFSC, Jul/85.
- |26| Zymler, B., Goldenberg, S., "Desenvolvimento de Técnicas de Regressão e Extrapolação de Curvas de Torque Cisalhante em Máquinas Elétricas", VIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, São Paulo, Brasil, 1986.
- |27| Peres, L.A.P., Parangaba, H.D., Rosenqvist, R., "Análise das Interações Subsíncronas entre a Estação Conversora CCAT de São Roque e Turbogeneradores do Sistema Receptor", VIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, São Paulo, Brasil, 1986.
- |28| Sereno, M.G., Zymler, B., "Análise dos Esforços Torcionais no Eixo do Turbo-gerador na Usina Nuclear de Angra dos Reis, Decorrentes de Religamentos Automáticos na Rede de 500 KV de FURNAS", FURNAS - Centrais Elétricas S.A., Nov/82.
- |29| Da Rosa, E., Leal, L.C.M., "Estudos de Métodos Usados em Análise de Fadiga", CNEN-GRANTE- CTC/UFSC, Jul/77.

- |30| Jennings, G.D., Harley, R.G., Levy, D.C., "Sensitivity of Subsynchronous Resonance Predictions to Turbo-Generator Modal Parameters Values and to Omitting Certain Active Subsynchronous Modes", IEEE/PES Summer Meeting, Mexico City, Mexico, 20-25 July, 1986.

- |31| Chen, C.T., "Introduction to Linear System Theory", Holt, Rinehart and Winston, Inc., USA, 1970.

- |32| Echeverria, J.J.R., "Ressonância Subsíncrona. Determinação de Modos Ressonantes em Eixos de Turbogeneradores", Tese de Mestrado Enga Elétrica UFSC, Jul/85.

- |33| Noble, B., Daniel J.W., "Applied Linear Algebra", Second Edition Prentice - Hall, 1977.

- |34| Stewart, G.W., "Introduction to Matrix Computations", Academic Press, 1973.